

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ

Програма факультативного курсу для учнів 10–11 класів

Автор: *Лахтадир Лариса Іванівна, вчитель математики Боярської ЗОШ I–III ступенів № 1 Києво-Святошинського району Київської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Придумавши «арифметичне» розв'язання,
я вперше відчув ту радість відкриття, прагнення
до якої і зробило мене математиком.

В. І. Арнольд

Методологія* — основа розвитку будь-якої науки. Метод — це плано-
мірний шлях встановлення істини, це прийом, спосіб або характер дій.

Як відомо, більшість випускників школи не здатні до довготривалої розумової діяльності й не володіють різними її формами. Із процесу розв'язування задач у них випадає етап пошуку розв'язку. Тому особливо актуальним є забезпечення учнів інструментарієм розв'язування задач — методами, які є загальними, універсальними.

Для шкільного курсу математики характерним є те, що більшість понять не вводиться відразу в повному обсязі. Зміст і об'єм таких понять розширюється і збагачується поступово, у міру розвитку курсу. Окремим розділам математики (модуль, параметр, перетворення графіків, побудова зображень) у шкільному курсі взагалі не приділено належної уваги. Тому надзвичайно важливими є систематизація й узагальнення набутих знань на завершальному етапі шкільного навчання (у старшій школі).

У процесі узагальнення є можливість звернути увагу учнів на діалектичний характер понять, їх взаємозв'язок і взаємозалежність, роль у поширенні діалектичного методу на математичну науку. Узагальнення та формування основних методів розв'язування задач ставить учня в умови, коли необхідно «піднятися» над вивченим матеріалом, визначити головне, що працює не лише в даному розділі. Тобто знання учнів поглиблюються, розширюються, систематизуються і доводяться до світоглядного рівня, при цьому формуються інтелектуальні уміння й навички. При узагальненні матеріалу та виробленні спільного методу розв'язування певного виду завдань встановлюються внутрішньопредметні зв'язки та акцентується увага на їх прикладному значенні, завдяки чому знання стають системними.

* Методологія — це вчення про метод наукового дослідження або про методи, що застосовуються в окремих науках (Словник труднощів української мови / За ред. С. Я. Єрмоленко.— К.: Радянська школа, 1989.— С. 165).

Кожна задача має ідейну та технічну складність. Ідейна частина дає відповідь на питання: «Як розв'язати задачу?». Технічна являє собою реалізацію знайденої ідеї. Є задачі, в яких головне — знайти ідею розв'язання, а технічна частина практично відсутня. Це в основному олімпіадні задачі. Є задачі, в яких ідея розв'язання досить очевидна, але її реалізація потребує великої за обсягом обчислювальної роботи (задачі з матеріалів конкурсних іспитів). І є задачі, в яких ідейна і технічна частини приблизно рівнозначні. Такі задачі пропонуються при вивченні даного факультативного курсу.

Мета курсу — забезпечити загальноосвітню підготовку учнів та спеціалізовану поглиблену підготовку до майбутньої професійної діяльності.

Завдання курсу:

- розвинути потенційні й творчі здібності кожного учня, не обмежуючи наперед рівень складності матеріалу, що узагальнюється;
- виробити в учнів особистий підхід під час використання знань у різних ситуаціях;
- розширити обсяг знань за рахунок залучення додаткових теоретичних фактів.

Характер програми пропедевтичний — підготовка учнів до навчання у вищих навчальних закладах. Особливістю програми є більш глибоке і повне опанування понять, законів, теорії та, основне, методів розв'язування задач, передбачених стандартом освіти.

Викладання курсу базується на *методичних принципах*:

- регулярності (курс читається протягом 2 років);
- паралельності (методи діють для завдань з різним програмовим часом вивчення);
- зміни пріоритетів (головне — бачення ідеї розв'язання задачі);
- варіативності (на прикладі однієї задачі показати різні методи);
- самоконтролю;
- швидкого повторення (розкладання «по полицках» задачного архіву: проста задача, складніша, потребує часу для обмірковування);
- моделювання ситуацій (моделювання критичних ситуацій, близьких до конкурсних екзаменів та олімпіад).

Виділяються *принципи формування групи*:

- ідентичність мети;
- вільність вибору;
- математичні здібності;
- спільна профільна спрямованість.

Прогнозуючий результат:

- формування загальнокультурного базису (оволодіння культурними та виробленими самим учнем засобами діяльності, які допоможуть йому в подальшій освіті);

- оволодіння комунікативними вміннями;
- оволодіння сучасними технологіями роботи з інформацією;
- формування досвіду самопізнання, самореалізації, індивідуальних і групових дій, на підставі яких можливо здійснити попереднє особистісне, соціальне та професійне самовизначення;
- вироблення вмінь формувати задум своїх дій, прогнозувати, а також визначати умови та результати реалізації цього задуму; вмінь оцінювати результати своєї праці (в тому числі в порівнянні прогнозованих з реально досягнутими).

Очікувані результати навчальних досягнень учнів наприкінці вивчення курсу. Учні повинні:

- знати основні методи, які є базовими при вивченні окремих тем;
- уміти застосовувати ці методи для розв'язування задач.

Курс розрахований на 70 годин. У разі опрацювання курсу протягом двох років тижневе навантаження становить 1 годину (можливе збільшення кількості годин до 2 на тиждень). Розподіл годин між темами умовний і може змінюватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів. Програма розрахована на учнів старших класів, а також на осіб, що самостійно готуються до вступних іспитів з математики.

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ 10 КЛАС (35 год)

№ з/п	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
Розділ I. Методи розв'язування рівнянь		24
1	Метод заміни змінних (введення допоміжного невідомого): <ul style="list-style-type: none"> • заміна змінних за «напівявними» ознаками; • спеціальні заміни; • взаємно обернені величини в ірраціональних і показникових рівняннях; • тригонометричні підстановки в показникових рівняннях 	3
2	Метод повного квадрату: <ul style="list-style-type: none"> • для цілих та дробово-раціональних рівнянь; • особливості для ірраціональних рівнянь 	2
3	Метод розкладу на множники: <ul style="list-style-type: none"> • застосування формул скороченого множення; • теорема Безу та її наслідки 	1
4	Метод невизначених коефіцієнтів: <ul style="list-style-type: none"> • умова тотожності многочленів; • рівняння з цілими коефіцієнтами 	2

№ з/п	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
5	Метод відносних коефіцієнтів (розв'язування рівнянь відносно коефіцієнтів)	1
6	Метод похідних пропорцій: застосування похідної пропорції $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$, $c \neq d$, $a \neq b$	1
7	Методи розв'язування логарифмічних рівнянь: <ul style="list-style-type: none"> • потенціювання; логарифмування; • застосування основної логарифмічної тотожності 	2
8	Метод границі (застосування теореми Вейерштрасса про границю монотонно обмеженої послідовності)	1
9	Графічний метод	2
10	Спеціальні рівняння:	4
10.1	Однорідні рівняння: <ul style="list-style-type: none"> • рівняння, що зводяться до однорідних; • ідея «однорідності» в ірраціональних рівняннях 	
10.2	Зворотно-симетричні рівняння	
10.3	Рівняння, ліва і права частини яких є взаємно оберненими функціями	
11	Рівняння з параметрами 1-го та 2-го степеня	3
12	Рівняння з цілою і дробовою частинами	2
Розділ II. Методи розв'язування систем		11
13	Метод заміни і підстановки	2
14	Метод визначників	2
15	Метод порівняння	2
16	Застосування теореми, оберненої до теореми Вієта: <ul style="list-style-type: none"> • для квадратного рівняння; • для кубічного рівняння 	2
17	Спеціальні системи:	
17.1	Кругові або циклічні системи	1
17.2	Системи рівнянь, ліві частини яких однорідні	1
17.3	Симетричні системи	1

11 КЛАС (35 год)

№ з/п	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
Розділ III. Перетворення графіків функцій		8
1	Метод симетрії	1
2	Найпростіші перетворення графіків	2
3	Метод рамок для побудови графіків тригонометричних функцій	1
4	Побудова графіків функцій, аналітичний вираз яких містить знак модуля	2
5	Комплексні вправи	2
Розділ IV. Методи розв'язування нерівностей		9
6	Метод інтервалів (основний алгоритм): • особливості (тонкощі) методу інтервалів; • нерівності виду $f(x) \geq \leq g(x)$, з дробово-раціональними функціями	2
7	Універсальний метод розв'язування ірраціональних нерівностей	1
8	Степенево-показникові нерівності	1
9	Нерівності 1-го степеня з параметрами	1
10	Нерівності 2-го степеня з параметрами	2
11	Нерівності з модулем	1
12	Метод інтервалів на тригонометричному колі (узагальнений метод інтервалів)	1
Розділ V. Методи розв'язування геометричних задач		18
13	Метод допоміжного кола	1
14	Метод допоміжної площі	1
15	Метод «подовженої» медіани	1
16	Застосування центральної та осьової симетрії	1
17	Застосування гомотетії та повороту	1
18	Алгебраїчні методи:	
18.1	Метод поетапного розв'язування	1
18.2	Метод рівняння	1
19	Метод координат. Векторний метод	2

№ з/п	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
20	Методи побудови зображень (позиційні задачі в стереометрії):	
20.1	Метод проєктуючих прямих	2
20.2	Афінне перетворення площин (теорема Польке-Шварца та її наслідки)	2
20.3	Метод січної площини	2
20.4	Метод відповідності	2
20.5	Метод слідів	1

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В. Я сам! — К.: Факт, 1997.— 200 с.
2. Вірменко Н. О., Ляшко І. І., Шведов К. І. Графіки функцій. Довідник / За ред. І. І. Ляшка.— К.: Наукова думка, 1977.— С. 88–108.
3. Гайштут О. Г., Литвиненко Г. М. Алгебра. Розв'язування задач і вправ. Навчальний посібник.— К.: Магістр-S, 1977.— 253 с.
4. Гайштут А. Г., Ушаков Р. П. Сборник задач по математике с примерами решений. Для учащихся общеобразовательных школ, лицеев и гимназий.— К.: А.С.К., 2002.— 590 с.
5. Гольдберг Я. Е. С чего начинается решение стереометрической задачи: Пособие для учителя.— К.: Радянська школа, 1990.— С. 117.
6. Дорофеев Г. В. Квадратный трехчлен в задачах.— Львов: Журнал «Квантор», 1991.— 102 с.
7. Жовнір Я. М. Позиційні задачі в стереометрії.— К.: Освіта, 1991.— С. 94.
8. Иржавцева В. П., Федченко Л. Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / Под ред. Н. Л. Коломинского.— К., 1988.— 205 с.
9. Клещев В. А. Обобщение метода интервала на тригонометрической окружности // Математика в школе.— 1992.— № 6.— С. 17–18.
10. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа.— М.: Просвещение, 1990.— 416 с.
11. Математика. Великий довідник для школярів та абітурієнтів.— Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2002.— 639 с.
12. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебраїчний тренажер.— Х.: Гімназія, 1998.— 318 с.
13. Нелін Є. П. Методи розв'язування геометричних задач. Додаток до навчального посібника «Геометрія в таблицях».— Харків: Світ дитинства, 1997.— 31 с.

14. Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Вчимося розв'язувати задачі з геометрії. Навчально-методичний посібник.— К.: Магістр-S, 1998.— 253 с.
15. Пономарев В. С. К решению задач на построение // Математика в школе.— М.: Педагогика, 1982.— С. 67–69.
16. Сатьянов П. Г. Математика 8, 9, 10. Отражение кривых и преобразования формул // Квант.— 1985.— № 1.— С. 29–30.
17. Финкельштейн Л. П. Домашний репетитор. Задачи с модулем. Задачи на построение.— К.: Евроиндекс Лтд, 1995.— 222 с.
18. Финкельштейн Л. П. Уравнения, неравенства и системы в школьном курсе алгебры.— К.: Евроиндекс Лтд, 1995.— 246 с.
19. Чемерис М. В. Построение графиков функций элементарными преобразованиями.— К.: Факт, 1997.— 26 с.