

## КОМП'ЮТЕРНА МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

**Програма курсу за вибором для учнів 11 класів економічного профілю**

**Автор:** *Суцук-Слюсаренко Вікторія Ігорівна, викладач Національного технічного університету України «КПІ»*

### ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

У Концепції профільного навчання в старшій школі особливого значення набувають курси за вибором, що забезпечують поглиблене та розширене вивчення профільних предметів, сприяють формуванню індивідуальної освітньої траєкторії школярів, орієнтують на усвідомлений вибір майбутньої професії.

Запропонований курс «Комп'ютерна математика для економістів» повністю відповідає цим вимогам і розрахований на учнів, які навчаються у класах економічного профілю, але може бути опрацьований і в класах інших профілів. В основу програми курсу покладено ті розділи математики і теми з економіки, для опрацювання яких можна використати програмні засоби. Тому курс можна охарактеризувати як міжпредметний прикладний (математика — інформатика — економіка). Його складові частини потребують певних знань з економіки, інформатики та математики.

**Мета курсу** — допомогти учням глибше усвідомити сутність обраного профілю, прикладну спрямованість шкільних предметів, ознайомити учнів із різними способами діяльності, розширити й поглибити уявлення учнів про міжпредметні зв'язки в обраному профілі навчання.

Курс розрахований на 16 годин варіативної складової навчального плану (1 година на тиждень протягом одного семестру). Курс орієнтований на набуття учнями нових знань та застосування вже набутих знань до розв'язування прикладних задач і спирається на програмовий матеріал з математики, інформатики та економіки. Вимоги до знань учнів при вивченні тем курсу не повинні бути надмірними. Курс має бути наповнений різноманітними цікавими і не дуже складними задачами з достатнім евристичним навантаженням.

Для організації навчального процесу при викладанні курсу необхідним є відповідне матеріально-технічне забезпечення: опрацювання змісту курсу орієнтоване на використання комп'ютерного класу або домашніх учнівських комп'ютерів. Учитель може вільно обирати програмне забезпечення, набір задач економічного, екологічного, статистичного, ймовірнісного змісту. Основна вимога до задач курсу — вони повинні досить легко розв'язуватися стандартними програмними засобами.

Розглянемо доцільність і варіативність тем, що можуть входити до запропонованого курсу. Програма складається з чотирьох розділів і залікової роботи. Кожному розділу передують коротке вивчення теоретичних відомостей та відомостей з використання програмних засобів для виконання практичних задач.

Вивчення *розділу 1* «Побудова графіків аналітично заданої функції (явно заданої, неявно заданої, параметрично заданої, в полярних координатах) та її дослідження за допомогою графіка» передбачає закріплення вмінь учнів аналізувати поведінку функції за її графіком, визначати особливі значення функції: найбільше та найменше її значення на заданому проміжку, нулі функції, точки екстремуму, проміжки зростання та спадання; граничні значення функції, тобто її значення на границі (межі) області визначення; екстремуми функції; точки перегину графіка; ознайомлення з полярною системою координат і графіком функції у цій системі; узагальнення набутих знань для розв'язування прикладних задач, що пов'язані з конкретним технологічним, фізичним, хімічним, економічним чи будь-яким іншим процесом. Крім того, доцільно продемонструвати можливості застосування графіків до розв'язування рівнянь, нерівностей та систем підвищеної складності, а також задач з параметрами, які можна розв'язати графічно.

*Розділ 2* «Методи опрацювання таблично заданої функції для розв'язування прикладних задач економічного та екологічного змісту» має на меті засвоєння учнями відомих математичних методів інтерполяції та екстраполяції. Опрацювання цього розділу передбачає розгляд питань апроксимації, інтерполяції та екстраполяції таблично заданої функції, дослідження інтерполяційного полінома на найбільше та найменше значення; прогнозування майбутніх значень або дослідження історії процесу. Цей розділ бажано опрацювати після вивчення теми «Похідна та її застосування» у курсі алгебри і початків аналізу. Нові методи і нові функції допоможуть учням глибше зрозуміти сутність задач на найбільше та найменше значення функції на проміжку. У процесі вивчення теми учні отримають можливість здійснювати математичне моделювання реальної задачі.

*Розділ 3* «Обробка статистичної інформації: випадкові величини, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма; числові характеристики випадкової величини» дозволить поглибити та розширити знання учнів щодо методів опрацювання таблично заданої функції. Статистика як тема дуже добре піддається опрацюванню за допомогою комп'ютера. Під час вивчення цього розділу учні навчатимуться не тільки опрацьовувати статистичні дані, а й аналізувати одержані результати, крім того, навчатимуться прогнозувати значення випадкових величин.

*Розділ 4* «Дослідження інвестиційної привабливості проектів, об'єктів нерухомості» є варіативним і узгоджується з учителем економіки або фінансової математики. Це той розділ, при опрацюванні якого учні мають

продемонструвати навички створення математичних моделей, проаналізувати можливості стандартних програмних засобів і вибрати один із них для реалізації поставленої задачі. В коротких теоретичних відомостях подається матеріал, що дозволяє зрозуміти та формалізувати задачу.

Мета проведення *залікової роботи* — навчити учнів самостійно обирати задачу, складати її математичну модель та розв'язувати її на комп'ютері. Учитель може замінити залікову роботу іншою темою, але бажано заохочувати учнів до самостійної роботи, самостійного дослідження та одержання результатів.

### ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
<b>Розділ 1.</b> Побудова графіків аналітично заданої функції (явно заданої, неявно заданої, параметрично заданої, в полярних координатах) та її дослідження за допомогою графіка. Використання графіків для розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем ( <b>3 год</b> )		
1	<b>Тема 1.</b> Короткі теоретичні відомості: аналітично задані функції	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>описує</i> поняття функції та способи її задання;</li> <li>• <i>аналізує</i> отримані графіки, його характерні точки, <i>знаходить</i> найбільше та найменше значення функції на проміжку;</li> <li>• <i>володіє</i> засобами побудови графіків функцій за допомогою комп'ютера.</li> </ul>
1	<b>Тема 2.</b> Вивчення можливостей програми GRAN1	
1	<b>Тема 3.</b> Комп'ютерно-графічна робота № 1	
<b>Розділ 2.</b> Методи опрацювання таблично заданої функції для розв'язування прикладних задач економічного та екологічного змісту ( <b>4 год</b> )		
1	<b>Тема 4.</b> Поняття про апроксимацію, інтерполяцію, екстраполяцію	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>описує</i> поняття апроксимації, інтерполяції та екстраполяції таблично заданої функції;</li> <li>• <i>формулює</i> цілі та можливості методів;</li> <li>• <i>уміє</i> робити правильні висновки з отриманих графіків поліномів.</li> </ul>
1	<b>Тема 5.</b> Використання програми GRAN1 для побудови інтерполяційних поліномів	
2	<b>Тема 6.</b> Комп'ютерно-графічна робота № 2	

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
<b>Розділ 3. Обробка статистичної інформації: результати експерименту або спостережень за процесом; випадкові величини, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма; числові характеристики випадкової величини (мода, медіана, математичне сподівання, дисперсія) (4 год)</b>		
1	<b>Тема 7.</b> Поняття про випадкову величину, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограму, математичне сподівання та дисперсію випадкової величини; моду, медіану	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>описує</i> поняття випадкової величини, <i>складає</i> закон розподілу випадкової величини, <i>обчислює</i> числові характеристики;</li> <li>• <i>уміє</i> аналізувати та правильно інтерпретувати отримані результати.</li> </ul>
1	<b>Тема 8.</b> Використання програми Excel для обробки статистичної інформації	
2	<b>Тема 9.</b> Комп'ютерно-графічна робота № 3	
<b>Розділ 4 (варіативний). Дослідження інвестиційної привабливості проектів, об'єктів нерухомості (метод дисконтування грошових потоків; методи, що не враховують вартість грошей в часі; методики порівняння характеристик проектів) (3 год)</b>		
1	<b>Тема 10.</b> Короткі теоретичні відомості: методи обчислення показників, що характеризують пропонуванняй проект	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>описує та правильно інтерпретує</i> основні характеристики проекту;</li> <li>• <i>правильно обирає</i> формулу для обчислення характеристики;</li> <li>• <i>уміє</i> аналізувати результати та робити правильні висновки за виконаними обчисленнями.</li> </ul>
1	<b>Тема 11.</b> Використання програми Excel для обчислень і порівняльного аналізу	
1	<b>Тема 12.</b> Комп'ютерно-графічна робота № 4	
2	<b>Залікова робота</b>	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>самостійно обирає</i> тему роботи;</li> <li>• <i>створює</i> математичну модель та <i>реалізує</i> створену модель на комп'ютері.</li> </ul>

## ЛІТЕРАТУРА

1. Навчальні програми Міністерства освіти і науки України з математики, економіки та інформатики для 10–11 класів профільної школи.
2. Вірченко Н. О., Ляшко І. І. Графіки елементарних та спеціальних функцій: Довідник.— К.: Наукова думка, 1996.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика.— М.: Высшая школа, 2002.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов.— М.: Наука, 1967.

### МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКЛАДАННЯ КУРСУ ТА ОРІЄНТОВНІ КОНСПЕКТИ ТЕМ

**Розділ 1. Побудова графіків аналітично заданої функції (явно заданої, неявно заданої, параметрично заданої, в полярних координатах) та її дослідження за допомогою графіка**

Номер заняття	Тема заняття
1	Короткі теоретичні відомості: аналітично задані функції
2	Вивчення можливостей програми GRAN1
3	Комп'ютерно-графічна робота № 1

**Основна мета:** навчитися використовувати стандартні програмні засоби для побудови графіків функцій, заданих аналітично: явно, неявно, параметрично, в полярній системі координат; вивчити прийоми роботи з програмою GRAN1; навчитися аналізувати поведінку функції за графіком, визначати характерні точки функції: найбільше та найменше значення функції на заданому інтервалі, нулі функції, точки екстремуму, інтервали зростання та спадання функції; навчитися узагальнювати набуті знання для розв'язування прикладних задач, що пов'язані з конкретним технологічним, фізичним, хімічним, економічним або будь-яким іншим процесом.

**Основні вимоги.** Учні повинні:

- *знати:* можливості програми GRAN1 або GRAN3; поняття функції, способи задання функцій; значення і суть нових способів задання функцій, полярну систему координат;
- *уміти:* запускати в роботу програму GRAN1; орієнтуватися у пропонованих меню; досліджувати побудовані графіки, аналізувати отримані результати; досліджувати будь-які рівняння на кількість розв'язків, шляхом побудови відповідного графіка.

### Заняття 1. Короткі теоретичні відомості: аналітично задані функції

Розглянемо дві множини  $X$  та  $Y$ , елементами яких можуть бути будь-які об'єкти, і припустимо, що кожному елементу  $x$  множини  $X$  за деяким законом поставлено у відповідність елемент множини  $Y$ . Тоді  $f$  називається функцією із  $X$  в  $Y$  (або відображенням множини  $X$  в  $Y$ ). Якщо ця відповідність взаємно однозначна, то функція називається *однозначною*, в іншому випадку — *багатозначною*.

Для взаємно однозначної відповідності використовують запис:  $y = f(x)$  — це явно задана функція.

Якщо аргумент  $x$  і функція  $y$  є функціями третьої величини — параметра  $t$ , де  $t_0 \leq t \leq t_1$ , то функцію називають *параметрично заданою*. У більшості випадків це багатозначна функція.

До багатозначних функцій належать також *неявно задані функції* — це функції, що задані рівнянням  $F(x; y) = 0$ . Так задають функцію, якщо це рівняння неможливо розв'язати відносно  $y$ .

Загальний вигляд функції в полярних координатах:  $\rho = f(\varphi)$ , а в неявному вигляді:  $F(\rho, \varphi) = 0$ .

*Характерні точки графіка функції:*

- 1) точки перетину кривих графіка з координатними осями;
- 2) граничні значення функції, тобто її значення на границі (межі) області визначення;
- 3) точки, в яких функція набуває екстремальних значень;
- 4) точки перегину графіка.

*Приклади задання функцій:*

$y = \sin(x - 2)^2$  — явно задана функція;

$\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) + \ln(y) = 0$  — неявно задана функція;

$$\begin{cases} x = 9 \operatorname{tg}(t + 1) \\ y = \frac{t}{t^2 - 3} \end{cases}$$
 — параметрично задана функція;

$\rho = 4(1 + \cos 3\varphi)$  — функція, задана в полярних координатах.

Якщо будь-яке рівняння розглядати як деяку функцію, тоді, побудувавши графік цієї функції, можна завжди знайти кількість і приблизні значення коренів цього рівняння на заданому відрізку.

### Заняття 2. Вивчення можливостей програми GRAN1

Розглянемо послідовність дій під час роботи з програмою GRAN1 і зробимо контрольний тест.

1. Запустити програму GRAN1.
2. Вибрати у вікні «Вибір» позначення явно заданої функції  $y(x)$ .

3. Вибрати в меню «Об'єкт» елемент «Нова функція».
4. Задати вираз для явно заданої функції:  $y(x) = (\sin(x-2))^2 + \cos(x^3 - 1)$ , задати інтервал побудови:  $a = -5$ ,  $b = 5$ .
5. Вибрати в меню «Графік» елемент «Побудувати».
6. Дослідити функцію за графіком:
  - 1) найбільше значення функції на інтервалі;
  - 2) найменше значення функції на інтервалі;
  - 3) нулі функції;
  - 4) точки екстремуму.
7. Вибрати у вікні «Вибір» позначення неявно заданої функції  $Gxy$ .
8. Повторити дії, описані в п. 3–5.
9. Схематично перерисувати графік у зошит.
10. Вибрати у вікні «Вибір» позначення параметрично заданої функції  $y(t)$ .
11. Повторити дії, описані в п. 3–5.
12. Схематично перерисувати графік у зошит.
13. Вибрати у вікні «Вибір» позначення функції, заданої в полярних координатах  $r(F)$ .
14. Повторити дії, описані в п. 3–5.
15. Схематично перерисувати графік у зошит.
16. Записати висновки роботи: характерні точки кожного з графіків.
17. Розв'язати графічно рівняння  $\arcsin(\sqrt{1+x^2}) = 0$ . Якщо рівняння має розв'язки, записати їх наближені значення у зошит.

### **Заняття 3. Комп'ютерно-графічна робота № 1**

Перед виконанням комп'ютерно-графічної роботи учні повинні:

- 1) вивчити короткі теоретичні відомості за темою роботи;
- 2) перевірити засвоєння матеріалу, відповівши на контрольні запитання;
- 3) уважно прочитати завдання та скласти план його виконання.

Наведемо текст одного з варіантів завдання.

#### **Тема. Побудова графіків аналітично заданих функцій та дослідження функції за її графіком**

##### **Варіант 1**

1. Побудувати графік явно заданої функції  $y = \cos x^3 + \sin(x^2 - 1)$ . Знайти нулі функції, найбільше та найменше значення на інтервалі побудови, точки екстремумів функції. Інтервал:  $x \in [-5; 5]$ .
2. Побудувати графік параметрично заданої функції  $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln(\sin t). \end{cases}$
3. Побудувати графік функції, заданої в полярних координатах:  $r = F + \cos F$ .

4. Побудувати графік неявно заданої функції  $\frac{\ln(x^2 + 2)}{y^2 + \sin y} = 0$ .
5. Дослідити задані функції на інтервалі побудови, схематично перерисувати графіки у звіт.

## Розділ 2. Методи опрацювання таблично заданої функції для розв'язування прикладних задач економічного та екологічного змісту

Номер заняття	Тема заняття
4	Поняття про апроксимацію, інтерполяцію, екстраполяцію
5	Використання програми GRAN1 для побудови інтерполяційних поліномів
6–7	Комп'ютерно-графічна робота № 2

**Основна мета:** навчити застосовувати на практиці математичні методи обробки та дослідження інформації при розв'язуванні економічних, екологічних та інших прикладних задач; продемонструвати можливості комп'ютерних середовищ GRAN1 або GRAN3 для розв'язування таких задач.

**Основні вимоги.** Учні повинні:

- *знати:* можливості програми GRAN1 або GRAN3; поняття таблично заданої функції; значення і суть нових термінів «апроксимація», «інтерполяція», «екстраполяція»;
- *уміти:* запускати в роботу програму GRAN1; задавати функцію таблицею; досліджувати побудовані графіки поліномів на найбільше та найменше значення, аналізувати отримані результати.

### Заняття 4. Поняття про апроксимацію, інтерполяцію, екстраполяцію

Табличний спосіб задання функцій розповсюджений у техніці, фізиці, економіці, і частіше за все потреба в ньому виникає в результаті експерименту. Перевагою табличного способу є те, що для кожного значення незалежної змінної, що є в таблиці, можна відразу знайти відповідне значення функції. Крім того, ми можемо узагальнювати значення таблично заданої функції і робити відповідні прогнози відносно значень, які ми отримуємо.

Для таблично заданої функції розроблено багато алгоритмів обробки, включаючи алгоритми, що можуть обробляти суперпозицію таких функцій. Таблично задані функції добре опрацьовуються засобами стандартних комп'ютерних програм, що також є їхньою перевагою над усіма іншими способами задання функцій.

Розглянемо деякі алгоритми опрацювання таблично заданих функцій.



### 1. Апроксимація

Апроксимація — це знаходження аналітичного виду таблично заданої функції. Аналітичний вид функції наближає табличний, в розумінні мінімального відхилення значень, що є в таблиці, від значень, отриманих у результаті розрахунків. Наприклад, у нас є таблиця, в якій зведені значення ступеня забруднення повітря від добового часу. Для того щоб досить точно відповісти на питання: «Коли забруднення повітря є мінімальним?» — необхідно знайти аналітичну залежність забруднення від часу. Отримана функція, що наближає табличну, добре досліджується на екстремум як в аналітичному, так і в графічному вигляді.

### 2. Інтерполяція

В економіці й техніці постійно доводиться зустрічатися з необхідністю розрахунків значень функції  $y = f(x)$  у точках  $x$ , що відрізняються від значень аргументів, зафіксованих у таблиці. Подібні практичні задачі формалізують як *задачі інтерполяції*.

Нехай на відрізку  $[a; b]$  задана функція  $y = f(x)$  своїми  $n+1$  значеннями:  $y_0 = f(x_0)$ ,  $y_1 = f(x_1)$ , ...,  $y_n = f(x_n)$  в точках  $x_0, x_1, \dots, x_n$ , які назовемо *вузлами інтерполяції*. Потрібно знайти аналітичний вираз  $F(x)$  табульованої функції, значення якої співпадають у вузлах інтерполяції із значеннями заданої функції, тобто  $y_0 = F(x_0) = f(x_0)$ ,  $y_1 = F(x_1) = f(x_1)$ , ...,  $y_n = F(x_n) = f(x_n)$ .

Процес розрахунків значень функції в точках  $x$ , що відрізняються від вузлів інтерполяції, називають *інтерполюванням функції  $f(x)$* . Якщо аргумент  $x$ , для якого визначається наближене значення функції, належить заданому відрізку  $[x_0; x_n]$ , то задача розрахунків наближеного значення функції називається *інтерполюванням у вузькому сенсі*. Геометрично задача інтерполювання для функції однієї змінної  $y = f(x)$  означає побудову кривої, що проходить через точки площини з координатами  $(x_0; y_0)$ ,  $(x_1; y_1)$ , ...,  $(x_n; y_n)$ . Але ж через задані точки можна провести безліч різних кривих. Таким чином, задача знаходження функції  $y = f(x)$  за кінцевим числом її значень дуже неоднозначна. Ця задача стає однозначною, якщо як інтерполюючу функцію  $F(x)$  для функції  $y = f(x)$ , що задана  $n+1$  своїми значеннями, вибрати многочлен  $F_n(x)$  степеня не вище  $n$ , такий що  $F_n(x_0) = y_0$ ,  $F_n(x_1) = y_1$ , ...,  $F_n(x_n) = y_n$ . Многочлен  $F_n(x)$ , що задовольняє ці умови, називають *інтерполяційним поліномом*, а відповідні формули — *інтерполяційними формулами*.

У випадку коли  $F(x)$  вибирається з класу степеневих функцій, інтерполяція називається *параболічною*. Цей випадок наближення ґрунтується на тому, що на невеликих відрізках функція  $f(x)$  може бути досить добре апроксимована параболою певного порядку. Іноді доцільно використовувати інші види інтерполяції. Якщо функція, що інтерполюється, періодична,

то в якості класу  $\{F(x)\}$  обирають тригонометричні функції, в деяких випадках як клас  $\{F(x)\}$  обирають раціональні функції.

При інтерполюванні виникає низка задач:

- 1) вибір найбільш зручного способу побудови інтерполяційної функції для кожного конкретного випадку;
- 2) оцінка похибки при заміні  $f(x)$  інтерполюючою функцією  $F(x)$  на відрізку  $[a; b]$ , оскільки значення функцій  $f(x)$  і  $F(x)$  збігаються тільки у вузлах інтерполяції  $x_0, x_1, \dots, x_n$ ;
- 3) оптимальний вибір вузлів інтерполяції для отримання мінімальної похибки.

### 3. Екстраполяція

Якщо аргумент  $x$  знаходиться за межами відрізка інтерполювання  $[x_0; x_n]$ , то задача визначення значення функції в точці  $x$  називається екстраполяванням. Методи екстраполяції використовуються для спостереження за поведінкою функції за межами побудованої залежності. Це потрібно для того, щоб знати історію процесу або прогнозувати поведінку процесу в майбутньому.

### **Заняття 5. Використання програми GRAN1 для побудови інтерполяційних поліномів**

У програмі GRAN1 передбачено відшукання за методом найменших квадратів полінома  $P(x)$  степеня не вище 7, який найкраще наближає таблично задану функцію не більше ніж в 1000 точках. Перш ніж вводити таблицю, за допомогою якої задається досліджувана функціональна залежність, слід встановити тип Poly, для цього необхідно звернутися до підпункту «Поліном Alt+P» пункту «Опції» або встановити курсор на тип Poly під вікном «Вибір».

При введенні таблично заданої функції у вікні «Графік» з'являється додаткове вікно з підпунктами «Таблиця з клавіатури», «Таблиця з файла».

При зверненні до підпункту «Таблиця з клавіатури» у вікні «Графік» з'являється додаткове вікно із написами у верхньому ряду «l:l», «Ред», «Ins». Цифри у лівому верхньому куті вказують координати курсора в полі введення (номер рядка і номер позиції в рядку). Максимальна кількість стовпчиків у полі введення — 26, максимальна кількість рядків — 1000.

Інформація вводиться з клавіатури як звичайно. Числа відокремлюються одне від одного комою або пропуском. Щойно або раніше введена інформація може бути змінена звичайними засобами редагування.

Числа вводяться парами, перше з них — значення аргументу, друге — відповідне значення функції  $y = f(x)$ . Після закінчення набору даних слід натиснути клавішу F2. При цьому дані записуються у робочий файл, а на полі «Графік» з'являється панель калькулятора і над рядком введення — запит «Степінь полінома», у відповідь на який слід вказати бажаний степінь

полінома. У результаті у вікні «Функція» з'являється аналітичний вираз — поліном вказаного степеня, що найкраще наближає таблично задану функцію в розумінні середнього квадратичного.

Якщо необхідно подати графічне зображення точок  $(x_i; y_i)$ , занесених до таблиці, та графік отриманого полінома  $P(x)$ , слід звернутися до послуги «Побудувати» пункту «Графік». Для того щоб обчислити значення функції, заданої таблично у точках, що належать проміжку  $[x_1; x_n]$ , але не є вузлами інтерполяції, необхідно скористатися графіком полінома. Для цього слід звернутися до послуги «Координати», встановити курсор у довільній точці із заданою абсцисою  $x$  і далі перемістити курсор у вертикальному напрямку (вгору чи вниз) в точку, що належить графіку функції. Відповідні координати  $(x; y)$  будуть подані над вікном «Графік». При цьому чим більший масштаб побудови, тим точнішим буде результат.

### **Заняття 6–7. Комп'ютерно-графічна робота № 2**

Наведемо текст одного з варіантів індивідуального завдання.

#### **Варіант 1**

Середні витрати бюджету фірми «Галя і К<sup>о</sup>» на соціально-культурні потреби по кварталах 2009 року подані таблицею (табл. 1). У якому місяці 2009 року фірма «Галя і К<sup>о</sup>» витратила найбільше коштів на соціально-культурні потреби?

Таблиця 1

Квартали	I	II	III	IV
Витрати на соціально-культурні потреби (тис. грн)	4,1	11,7	24,9	45,3

**Розділ 3. Обробка статистичної інформації: результати експерименту або спостережень за процесом; випадкові величини, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма; числові характеристики випадкової величини (мода, медіана, математичне сподівання, дисперсія)**

Номер заняття	Тема заняття
8	Поняття про випадкову величину, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограму, математичне сподівання та дисперсію випадкової величини; моду, медіану
9	Використання програми EXCEL для обробки статистичної інформації
10–11	Комп'ютерно-графічна робота № 3

**Основна мета:** навчити опрацьовувати статистичну інформацію, робити висновки за результатами роботи.

**Основні вимоги.** Учні повинні:

- *знати:* можливості програми Excel; поняття таблично заданої функції; значення і суть нових термінів: закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма, математичне сподівання та дисперсія випадкової величини, мода, медіана;
- *уміти:* запускати програму Excel; генерувати випадкову вибірку чисел; складати закон розподілу випадкової величини, будувати гістограму та полігон, обчислювати числові характеристики випадкової величини.

**Заняття 8. Поняття про випадкову величину, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограму, математичне сподівання та дисперсію випадкової величини; моду, медіану**

Нехай в результаті спостережень за деяким процесом чи явищем, які за потреби можна повторити досить велику кількість разів, отримано певний набір значень деякої характеристики цього процесу чи явища:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Надалі досліджувані величини (характеристики) позначатимемо великими літерами  $X, Y, Z$  тощо. Спостережені значення величини  $X$  називатимуться *варіантами*. Набір спостережених значень називають *статистичною вибіркою* із множини можливих значень досліджуваної характеристики. Множину всіх можливих значень досліджуваної величини називають *генеральною сукупністю значень*. Точна закономірність, яку задовольняє досліджувана характеристика, невідома, тому неможливо передбачити, які саме її значення буде спостережено в той чи інший момент. Цю закономірність, принаймні наближено, і необхідно встановити за результатами аналізу набору спостережених значень.

Набір спостережень подається у вигляді таблиці (табл. 2 на с. 264), де  $x_i$  — одна з варіант, що зустрічається в наборі,  $m_i$  — кількість однакових значень  $x_i$  у наборі. Число  $m_i$  називають *частотою значення  $x_i$* . Як правило, значення  $x_1, x_2, \dots, x_n$  розташовують за зростанням, що надалі завжди припускається. При цьому  $x_1 = \min_{1 \leq i \leq n} (x_i) = x_{\min}$ ;  $x_k = \max_{1 \leq i \leq n} (x_j) = x_{\max}$ . Таку таблицю називають рядом розподілу частот по множині спостережених значень досліджуваної величини. Часто зручніше замість частоти  $m_i$  значення  $x_i$  розглядати його відносну частоту  $m_i^* = \frac{m_i}{n}$  (табл. 3 на с. 264). Таку таблицю називають рядом розподілу відносних частот по множині спостережених значень досліджуваної величини. Очевидно, що сума відносних частот завжди дорівнює 1.

Таблиця 2

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$m_i$	$m_1$	$m_2$	...	$m_k$

Таблиця 3

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$m_i^*$	$m_1^*$	$m_2^*$	...	$m_k^*$

Якщо на площині  $XOY$  позначити точки з координатами  $(x_i; m_i^*)$  і потім сполучити їх ламаною лінією, то утвориться так званий *полігон відносних частот значень  $x_i$* . При великій кількості неоднакових значень  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , досить густо розсіяних між найменшим і найбільшим значеннями  $x_1$  і  $x_k$ , зберігання кожного окремого значення втрачає сенс. У такому разі зручно проміжок  $[x_1; x_k]$  поділити на деяке число інтервалів  $[a_0; a_1), [a_1; a_2), \dots, [a_{m-1}; a_m)$  однакової довжини так, що  $a_0 < x_{\min}, a_m > x_{\max}, a_i = a_{i-1} + h = a_{i-1} + \frac{a_m - a_0}{m}$ , і дещо узагальнити результати спостережень, подавши їх у вигляді таблиці (табл. 4), де  $p_i^*$  — відносна частота потрапляння значень спостережуваної величини в інтервал  $[a_{i-1}; a_i)$ , тобто кількість значень серед  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , які розташовані в межах між  $a_{i-1}$  і  $a_i$ , поділена на загальну кількість  $n$  значень  $x_i$ .

Таблиця 4

$[a_{i-1}; a_i)$	$[a_0; a_1)$	$[a_1; a_2)$	...	$[a_{m-1}; a_m)$
$p_i^*$	$p_1^*$	$p_2^*$	...	$p_m^*$

У більшості прикладних задач ця відносна частота розглядається як ймовірність появи того чи іншого значення випадкової величини. Для утворення закону розподілу випадкової величини знаходять середнє арифметичне всіх значень, що потрапили в певний інтервал. *Законом розподілу випадкової величини* називають відповідність між можливими значеннями та їх ймовірностями; його можна задати таблично, аналітично або графічно. *Гістограмою частот* називають східчасту фігуру, що складається з прямокутників, основами яких є частотні інтервали довжиною  $h$ , а висоти дорівнюють відносній частоті.

*Числові характеристики випадкової величини*

Математичним сподіванням випадкової величини називають суму добутоків усіх її можливих значень на їхні ймовірності (табл. 5).

Таблиця 5

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$P_i$	$P_1$	$P_2$	...	$P_n$

Отже, якщо ми знаємо закон розподілу, то математичне сподівання обчислюється за формулою:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n.$$

Дисперсією випадкової величини називають математичне сподівання квадрата відхилення випадкової величини від її математичного сподівання:

$$D(X) = M(X - M(X))^2.$$

Медіаною  $m_e$  називають варіанту, яка ділить варіаційний ряд на дві частини, що є рівними за числом варіант. Якщо число варіант непарне, то

$$m_e = x_{k+1}; \text{ при парному числі — } m_e = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}.$$

Модю  $M_o$  називають варіанту, яка має найбільшу частоту.

### **Заняття 9. Використання програми Excel для обробки статистичної інформації**

Оскільки можливості електронної таблиці Excel вивчаються в курсі інформатики, наведемо лише детальний план виконання комп'ютерно-графічної роботи № 3.

1. Згенерувати випадкову вибірку зі 100 чисел на проміжку  $[1; 100]$ . Знайти моду та медіану отриманої вибірки.
2. Розбити проміжок на 6 частин і відсортувати отримані значення.
3. Знайти середнє значення випадкової величини та відносну частоту на кожному проміжку.
4. Скласти закон розподілу випадкової величини.
5. Побудувати полігон і гістограму для отриманого закону.
6. Обчислити математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення випадкової величини.

### **Заняття 10–11. Комп'ютерно-графічна робота № 3**

Виконується і захищається в комп'ютерному класі.

Розділ 4 (варіативний). Дослідження інвестиційної привабливості проектів, об'єктів нерухомості (метод дисконтування грошових потоків; методи, що не враховують вартість грошей в часі; методики порівняння характеристик проектів)

Номер заняття	Тема заняття
12	Короткі теоретичні відомості: методи обчислення показників, що характеризують запропонований проект
13	Використання програми Excel для обчислень і порівняльного аналізу
14	Комп'ютерно-графічна робота № 4

**Основна мета:** навчити опрацьовувати інформацію щодо проекту, робити висновки за результатами роботи.

**Основні вимоги.** Учні повинні:

- *знати:* можливості програми Excel; поняття, значення і суть нових термінів: закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма, математичне сподівання, дисперсія випадкової величини, мода, медіана;
- *уміти:* запускати програму Excel; генерувати випадкову вибірку чисел; складати закон розподілу випадкової величини, будувати гістограму та полігон, обчислювати числові характеристики випадкової величини.

**Заняття 12. Короткі теоретичні відомості: методи обчислення показників, що характеризують запропонований проект. Оцінка ефективності реальних інвестиційних проектів**

При виборі проектів капітальних інвестицій необхідною умовою є відшкодування інвестицій за рахунок зисків, отриманих від їх використання. Ефект від використання капітальних інвестицій відображається у формі прибутку (чисті грошові надходження — чисті інвестиції).

Усі методи оцінки проектів капітальних інвестицій можна поділити на дві категорії.

1. Методи дисконтування грошових потоків:
  - 1.1. метод розрахунку чистого отриманого прибутку;
  - 1.2. метод визначення індексу прибутковості;
  - 1.3. метод визначення внутрішньої норми прибутковості.
2. Методи, що не враховують вартість грошей у часі:
  - 2.1. метод визначення бухгалтерської рентабельності інвестицій;
  - 2.2. метод розрахунку недисконтованого періоду окупності.

1.1. *Чистий приведений прибуток* — дозволяє одержати найбільш узагальнену характеристику результату інвестування, тобто його кінцевий результат в абсолютній сумі. Під чистим приведеним прибутком маємо на увазі різницю між приведеними до теперішньої вартості сумою чистого грошового потоку за період експлуатації інвестиційного проекту і сумою інвестиційних витрат на його реалізацію. Розрахунок цього показника при одноразовому здійсненні інвестиційних витрат здійснюється за формулою:

$$\text{ЧПП}_0 = \sum_{t=1}^n \frac{\text{ЧГП}_t}{(1+i)^t} - \text{ІВ}_0 \quad (\text{ЧПП}_0 > 0),$$

де  $\text{ЧПП}_0$  — сума чистого приведенного прибутку за інвестиційним проектом при одноразовому здійсненні інвестиційних витрат;

$\text{ЧГП}_t$  — сума чистого грошового потоку в окремих інтервалах загального періоду експлуатації інвестиційного проекту;

$\text{ІВ}_0$  — сума одноразових інвестиційних витрат на реалізацію інвестиційного проекту;

$i$  — дисконтна ставка, що використовується, виражена десятковим дробом;

$n$  — число інтервалів у загальному розрахунковому періоді  $t$ .

Вираз  $\frac{1}{(1+i)^t}$  є множником дисконтування складних відсотків. Він

показує величину знижки (дисконту), нарахованої на суму майбутніх грошових потоків. Характеризуючи показник «чистий приведений прибуток», слід зазначити, що він може бути використаний не тільки для порівняльної оцінки ефективності реальних інвестиційних проектів, але також як критерій доцільності їх реалізації. Незалежний інвестиційний проект, за яким показник чистого приведенного прибутку є від'ємною величиною чи дорівнює нулю, здійснювати недоцільно, оскільки він не принесе підприємству додаткового прибутку на вкладений капітал. Незалежні інвестиційні проекти з додатним значенням показника чистого приведенного прибутку дозволяють збільшити капітал підприємства і його ринкову вартість. Із системи взаємовиключних інвестиційних проектів приймається той з них, за яким значення показника чистого приведенного прибутку є найвищим.

1.2. *Індекс (коефіцієнт) прибутковості* також дозволяє співвіднести обсяг інвестиційних витрат з майбутнім чистим грошовим потоком за проектом. Розрахунок такого показника за умови одноразових інвестиційних витрат за реальним проектом здійснюється за формулою:

$$\text{ІД}_0 = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{\text{ЧГП}_t}{(1+i)^t}}{\text{ІВ}_0},$$

де  $\text{ІД}_0$  — індекс (коефіцієнт) прибутковості за інвестиційним проектом за умови одноразового здійснення інвестиційних витрат.



Показник «індекс прибутковості» також може бути використаний не тільки для порівняльної оцінки, а й як критерій при ухваленні інвестиційного рішення про можливість реалізації проекту. Якщо значення індексу прибутковості менше за одиницю чи дорівнює їй, незалежний інвестиційний проект не варто здійснювати у зв'язку з тим, що він не принесе додаткового прибутку на інвестовані кошти. Іншими словами, для реалізації можуть бути прийняті реальні інвестиційні проекти тільки зі значенням показника індексу прибутковості вище від одиниці. Зі взаємовиключних інвестиційних проектів за цим критерієм обирається той з них, за яким індекс прибутковості є найвищим.

1.3. *Внутрішня норма прибутковості* — це ставка дисконту, за якої чиста теперішня вартість проекту капітальних інвестицій дорівнює нулю. Інакше кажучи, це ставка дисконту, за якої грошові надходження дорівнюють початковим інвестиціям. Цей показник іноді називають внутрішнім коефіцієнтом окупності або дисконтованою нормою прибутку. Внутрішня норма прибутковості характеризує максимальну вартість капіталу для фінансування інвестиційного проекту.

Внутрішню норму прибутковості порівнюють із мінімальною нормою прибутковості, яка зазвичай ґрунтується на вартості капіталу фірми й використовується для відбору перспективних проектів капітальних вкладень. Таку мінімальну норму прибутковості часто називають ставкою відсікання, оскільки вона проводить межу між прибутковими й неприбутковими проектами. Ті проекти, внутрішня норма прибутковості яких перевищує ставку відсікання, забезпечують додатну чисту теперішню вартість, тобто є прибутковими. І навпаки, проекти, внутрішня норма прибутковості яких нижча за ставку відсікання, не можуть бути прийняті, оскільки мають від'ємну чисту теперішню вартість. Розрахунок цього показника здійснюється за формулою (  $ВСП = i$  , при якій  $ЧПП = 0$  ):

$$\sum_{t=1}^n \frac{ЧГП_t}{(1+i)^t} - ІВ_0 = 0,$$

де ВСП — внутрішня ставка прибутковості за інвестиційним проектом, виражена десятковим дробом;

$ЧГП_t$  — сума чистого грошового потоку в окремих інтервалах загального періоду експлуатації інвестиційного проекту;

$n$  — число інтервалів у загальному розрахунковому періоді  $t$ .

За умов ануїтету (серія рівновеликих платежів або надходжень, що здійснюються через однакові проміжки часу впродовж певного періоду) для визначення внутрішньої ставки доходності (ВСП) можна використати рівняння

$$ЧГП_A \cdot f_X - ІВ_0 = 0 .$$

Перетворивши рівняння, отримуємо формулу:

$$f_x = IB_0 \div \text{ЧПП}_A,$$

де  $\text{ЧПП}_A$  — щорічна сума чистого грошового потоку за умов анuitету;  $f_x$  — значення чинника дисконту при ставці, що є внутрішньою нормою прибутковості. Обчисливши у такий спосіб чинник дисконту, можемо приблизно визначити відповідну ставку, яка  $i$  є в цьому разі внутрішньою нормою прибутковості. Якщо існує необхідність у точніших розрахунках, тоді для визначення внутрішньої норми прибутковості слід застосувати метод лінійної інтерполяції.

Якщо річна сума грошових надходжень є величиною непостійною, тоді ВСП розраховують методом спроб та помилок. Для цього необхідно послідовно обчислити чистий приведений прибуток із застосуванням різних ставок дисконту. У процесі розрахунків знаходять два значення ставки дисконту  $i_1 < i_2$  таким чином, щоб в інтервалі  $[i_1; i_2]$  функція  $\text{ЧПП} = f(i)$  змінювала своє значення з «+» на «-» або навпаки. Далі за допомогою методу лінійної інтерполяції слід знайти більш точне значення внутрішньої ставки прибутковості:

$$\text{ВСП} = i_2 - \left[ \text{ЧПП}_2 \div (\text{ЧПП}_2 - \text{ЧПП}_1) \right] \cdot (i_2 - i_1);$$

або можна використати формулу:

$$\text{ВСП} = i_1 + \left[ \text{ЧПП}_1 \div (\text{ЧПП}_1 - \text{ЧПП}_2) \right] \cdot (i_2 - i_1),$$

де  $i_1$  — ставка дисконту, за якої ЧПП має додатне значення;  $i_2$  — ставка дисконту, за якої ЧПП має від'ємне значення;  $\text{ЧПП}_1$  і  $\text{ЧПП}_2$  — відповідно чистий приведений прибуток за ставок  $i_1$  та  $i_2$ .

2.1. *Індекс (коефіцієнт) бухгалтерської рентабельності* у процесі оцінки ефективності інвестиційного проекту може відігравати лише допоміжну роль, оскільки не дозволяє повною мірою оцінити весь зворотний інвестиційний потік за проектом (значну частину цього потоку складають амортизаційні відрахування) і не порівнює показники, що аналізуються з урахуванням часового континууму. Розрахунок цього показника здійснюється за формулою:

$$IP_i = \frac{\text{ЧП}_i}{IB},$$

де  $IP_i$  — індекс рентабельності за інвестиційним проектом;

$\text{ЧП}_i$  — середньорічна сума чистого інвестиційного прибутку за період експлуатації проекту;

$IB$  — сума інвестиційних витрат на реалізацію інвестиційного проекту.

Показник «індекс рентабельності» дозволяє вичленувати в сукупному чистому грошовому потоці найважливішу його складову — суму інвестиційного прибутку. Крім того, він дозволяє здійснити порівняльну оцінку рівня

рентабельності інвестиційної та операційної діяльності (якщо інвестиційні ресурси сформовані за рахунок власних і позикових засобів, індекс рентабельності інвестицій порівнюється з коефіцієнтом рентабельності активів; якщо ж інвестиційні ресурси сформовані винятково за рахунок власних фінансових засобів, то базою порівняння виступає коефіцієнт рентабельності власного капіталу). Результати порівняння дозволяють визначити: чи дає можливість реалізація інвестиційного проекту підвищити загальний рівень ефективності операційної діяльності підприємства в майбутньому періоді чи знизить його, що також є одним із критеріїв ухвалення інвестиційного рішення.

Середній чистий прибуток визначають за формулою:

$$\text{ЧП}_i = \frac{\text{ЧП}}{\text{Кр}},$$

де ЧП — чистий прибуток; Кр — кількість років.

2.2. *Недисконтований період окупності* — період часу, необхідний для повного відшкодування інвестицій за рахунок чистих грошових надходжень від їх використання.

За умов ануїтету період окупності обчислюють як відношення суми інвестицій до річної суми грошових надходжень:

$$\text{ПО}_n = \frac{\text{ІВ}}{\text{ЧГП}_p},$$

де  $\text{ПО}_n$  — недисконтований період окупності інвестиційних витрат за проектом;

ІВ — сума інвестиційних витрат на реалізацію проекту;

$\text{ЧГП}_p$  — середньорічна сума чистого грошового потоку за період експлуатації проекту (при короткострокових реальних витратах цей показник розраховується як середньомісячний).

Розрахунок недисконтованого періоду окупності за проектом з непостійною річною сумою грошових надходжень зручно проводити в таблиці (наприклад, табл. 6).

Таблиця 6

Рік	Сума чистих грошових надходжень, грн	Залишок невідшкодованої суми інвестицій на кінець року, грн

Цей показник має суттєві вади: 1) ігнорує вартість грошей у часі; 2) ігнорує грошові потоки за межами періоду окупності; 3) не враховує ризики, що не пов'язані з часом. Через це у практиці доволі часто застосовують метод, який містить ітеративний пошук року, на якому грошові надходження будуть покривати вкладені кошти.

### Заняття 13. Використання програми Excel для обчислень і порівняльного аналізу

На цьому занятті учні опановують навички програмування формул в програмі Excel на прикладах обчислення за формулами, наведеними в коротких теоретичних відомостях. Результати обчислень заносять до таблиці для подальшого аналізу.

### Заняття 14. Комп'ютерно-графічна робота № 4

Наведемо текст одного з варіантів завдання.

#### Варіант 1

Підприємство має можливість вкласти кошти в один з двох альтернативних проектів (проект «Альфа» та «Бета»). За даними, що наведені в табл. 7 і 8, необхідно прийняти рішення щодо вкладення коштів у найбільш вигідний проект, обґрунтувати це рішення. Для оцінки ефективності цих проектів необхідно визначити: 1) чистий приведений прибуток; 2) індекс (коефіцієнт) прибутковості; 3) індекс (коефіцієнт) бухгалтерської рентабельності; 4) недисконтований період окупності; 5) внутрішню норму прибутковості.

Таблиця 7

#### Проект «Альфа»

Показники	Номер варіанту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг коштів, що інвестуються, тис. грн	700	452	554	440	780	654	623	541	490	680
Період експлуатації проекту, років	5	5	5	4	2	5	5	4	3	5
Сума чистого грошового потоку, всього, тис. грн, у тому числі:	13	11	10	88	12	11	14	11	76	14
1-й рік	0	5	00	9	65	6	77	5	0	09
2-й рік	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0
3-й рік	0	0	0	0	12	0	0	40	28	40
4-й рік	0	15	30	40	65	56	88	0	0	0
5-й рік	75	0	0	0	—	0	7	0	48	45
	0	69	10	48		42	59	75	0	9
	55	0	0	9		0	0	0	—	55
	0	31	40	—		18		—	—	0
		0	0			0				
Дисконтна ставка, що використовується, %	13	12	15	10	18	14	20	16	11	17

Таблиця 8

## Проект «Бета»

Показники	Номер варіанту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг коштів, що інвестуються, тис. грн	850	450	780	370	840	790	910	420	380	800
Період експлуатації проекту, роки	4	2	2	4	3	2	3	5	4	2
Сума чистого грошового потоку, всього, тис. грн, у тому числі:	12	55	10	60	12	11	12	75	64	101
1-й рік	4	0	05	0	0	00	6	0	0	0
2-й рік	31	27	00	15	40	55	42	15	16	505
3-й рік	0	5	50	0	0	0	0	0	0	505
4-й рік	31	27	0	15	40	55	42	15	16	—
5-й рік	0	5	—	0	0	0	0	0	0	—
	31	—	—	15	40	—	42	15	16	
	0	—	—	0	0	—	0	0	0	
	31	—		15	—		—	15	16	
	0			0	—		—	0	0	
	—			—				15	—	
								0		
Дисконтна ставка, що використовується, %	16	10	11	19	15	12	14	21	18	13

**Заняття 15–16. Залікова робота**

**Мета роботи:** навчити вибирати та формалізувати реальні життєві задачі, а також розв'язувати їх на комп'ютері.

Учні самі обирають тему та реалізують її за допомогою стандартного програмного забезпечення. Як приклади учням можна запропонувати такі задачі.

**Задача 1.** Кількість сонячних днів у червні за спостереженнями за останні 10 років була такою: 2; 6; 5; 11; 20; 14; 12; 19; 15; 11. Знайти ймовірність того, що на відпочинку у червні цього року кількість сонячних днів буде не менше 15?

**Задача 2.** Аналіз діяльності фірми протягом року показав, що прибуток по місяцях був таким, як зазначено в табл. 9. Знайти середнє значення прибутку за рік та ймовірність того, що прибуток наступного року буде лежати в межах  $(20, 40)$ .

Таблиця 9

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Прибуток (тис. грн)	10,6	25,6	12,8	45,1	9,2	36,1	14,2	36,1	38,5	12,7	14,3	26,1

**Задача 3.** Спостереження за процесом отримання карбиду кальцію показало, що за однакових умов вихід готової продукції становив (у тис. кг): 5,1; 4,95; 4,61; 5,01; 6,0; 3,98; 5,5; 4,6; 6,2; 5,55. Знайти середнє значення виходу продукції та найбільш ймовірні межі отримання карбиду кальцію (за однакових умов).

**Задача 4.** Тема з математики вважається засвоєною, якщо середній бал 75 % учнів більший за 7 балів. Скласти алгоритм опрацювання оцінок учнів класу за темою. Ввести реальні дані та зробити висновки.