

ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**Програма курсу за вибором для учнів 11 класів математичного
та інформаційно-технологічного профілів**

(можна рекомендувати використовувати також і в класах
економічного та універсального профілів)

Автор: *Смішко Анна Станіславівна, вчитель математики Хмельницького спеціалізованого ліцею-інтернату поглибленої підготовки в галузі науки*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Поняття похідної — фундаментальне поняття математичного аналізу, за допомогою якого досліджують процеси й явища в природничих, соціальних і економічних науках. Тому вивченню теми «Похідна та її застосування» необхідно приділяти особливу увагу в класах з профільним вивченням математики.

Мета курсу — систематизація та поглиблення знань учнів про похідну та її застосування до розв'язування задач різних типів.

Досвід роботи в класах з профільним вивченням математики свідчить про те, що поняття похідної функції необхідно формувати лише на основі границі функції в точці, причому поняття границі необхідно не подавати на наочно-інтуїтивному рівні, а формулювати строге логічне означення.

Труднощі у сприйманні учнями даного матеріалу, які спричинені різким переходом від скінченного до нескінченного, від дискретного до неперервного, що, в свою чергу, вимагає високого рівня розвитку абстрактно-теоретичного мислення, можна подолати, якщо застосовувати гнучку схему «послідовного введення в математичний аналіз», що включає формування таких понять, як границя, неперервність і похідна. Ці питання розкриваються в першій частині пропонованого курсу.

Друга частина присвячена вивченню застосування похідної до дослідження функцій і розв'язуванню задач практичного змісту. Структура вивчення даної теми хоча й відповідає класичній схемі її подання в загально-освітній школі, проте має деякі особливості.

Практика доводить, що перед введенням достатніх умов зростання і спадання функції доцільно вивести формулу Лагранжа і дати її геометричну інтерпретацію. Під час дослідження функції на максимум і мінімум принциповим є формулювання трьох тверджень, які виражають необхідну умову (теорема Ферма) і достатні умови існування екстремуму в точці. Доведення цих теорем не викликає в учнів особливих труднощів.

Крім того, в класах з профільним вивченням математики недостатньо обмежитися розглядом застосування похідної до розв'язування задач з алгебри та геометрії. Доцільно розглянути використання похідної також в інших сферах людської діяльності, зокрема у фізиці, економіці, виробництві, підприємстві.

Заняття, присвячені застосуванню похідної до дослідження функцій і побудови графіка, необхідно побудувати таким чином, щоб не лише навчити учнів алгоритму дослідження, а й виховати у них графічну культуру, сформувати вміння бачити, читати й розуміти графіки для подальшого застосування цих знань під час розв'язування задач.

У третій частині курсу пропонується разом з класичними задачами на застосування похідної розглянути нетрадиційне її використання: розв'язання рівнянь і нерівностей, дослідження функцій на періодичність, доведення тотожностей, порівняння виразів тощо.

Для підтримки даного курсу вчителями нашого ліцею було розроблено три збірки із розширеними конспектами занять з використанням елементів новітніх технологій. Деякі заняття проводяться з використанням комп'ютерних програмних продуктів. Наприкінці кожної теми подані

завдання для індивідуальних та контрольних робіт. Завершується вивчення кожного блоку уроком-семінаром.

Заняття, проведені за такими схемами, із застосуванням комп'ютерних програм та інтерактивних технологій, пройшли апробацію в класах з профільним вивченням інформатики та математики.

Курс розрахований на 35 годин.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Похідна функції (границя, неперервність, похідна)	10
2	Застосування похідної до розв'язування задач (екстремуми, задачі геометрії, фізики, економіки)	10
3	Застосування похідної до розв'язування задач (рівняння, нерівності, спрощення і порівняння виразів)	12
4	Резервний час	3
	РАЗОМ	35

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
10	Тема 1. Похідна функції (границя, неперервність, похідна)	
2	Границя числової послідовності: <ul style="list-style-type: none"> • формування поняття на наочно-інтуїтивному рівні; • формальне означення границі числової послідовності. 	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • усвідомлює поняття границі; • знаходить границі числових послідовностей;
2	Границя функції: <ul style="list-style-type: none"> • сприйняття функції як числової послідовності на множині натуральних чисел; • наочно-інтуїтивний рівень засвоєння поняття (за допомогою графічних ілюстрацій); • формально-логічне означення мовою «ϵ — δ» з ілюстраціями. 	<ul style="list-style-type: none"> • формулює означення границі; • розв'язує завдання на знаходження границі функції в точці;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	Неперервність функції: <ul style="list-style-type: none"> сприйняття поняття неперервності функції за допомогою графічних зображень; введення означення неперервності функції через границю функції. 	<ul style="list-style-type: none"> самостійно наводить приклади функцій, неперервних та розривних в деякій точці; пояснює зв'язок між неперервністю та диференційованістю функції;
4	Похідна функції: <ul style="list-style-type: none"> задачі Г. Лейбніца та І. Ньютона, що привели до поняття похідної; формулювання означення похідної за допомогою «чотирьох кроків»; усвідомлення геометричного та механічного змісту похідної; похідні функцій; правила диференціювання; похідні складеної та оберненої функції; похідні вищих порядків. 	<ul style="list-style-type: none"> виявляє навички диференціювання алгебраїчних і трансцендентних функцій, знаходить похідну в точці; диференціює складені та обернені функції; знаходить похідні вищих порядків.
10	Тема 2. Застосування похідної до розв'язування задач (екстремуми, задачі геометрії, фізики, економіки)	
1	Зростання і спадання функції: <ul style="list-style-type: none"> теорема Ферма; теорема Лагранжа. 	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> пояснює зміст теорем, робить ґрунтовні висновки;
2	Критичні точки, екстремуми функції: <ul style="list-style-type: none"> необхідна умова екстремуму (теорема Ферма); достатні умови екстремуму. 	<ul style="list-style-type: none"> формулює умови екстремуму; усвідомлює зміст критичних і стаціонарних точок;
2	Знаходження найбільшого і найменшого значень функції: <ul style="list-style-type: none"> теорема Вейерштрасса; розв'язування задач. 	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує задачі на знаходження найбільшого і найменшого значень функції;
2	Застосування похідної до дослідження функції, побудова графіків: <ul style="list-style-type: none"> асимптоти; дослідження на опуклість. 	<ul style="list-style-type: none"> виконує побудови графіків (за необхідності з асимптотами); уміє «читати» ескізи;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	Застосування похідної до розв'язування задач практичного змісту (задачі алгебри, економіки, хімії, соціології)	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує задачі практичного змісту (у тому числі з параметрами).
1	Підсумкове заняття. Семінар	
12	Тема 3. Застосування похідної до розв'язування задач (рівняння, нерівності, спрощення і порівняння виразів)	
2	Неперервність функції та узагальнення методу інтервалів	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> розуміє суть методу інтервалів; розв'язує нерівності (у тому числі з параметром);
2	Дотична до графіка функції. Розв'язування прикладних задач	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує задачі на знаходження дотичних і відстаней;
2	Механічний зміст похідної. Розв'язування задач з фізики	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує задачі на рух матеріальної точки та інші задачі механіки;
2	Застосування похідної до наближених обчислень	<ul style="list-style-type: none"> знаходить наближення за допомогою похідної;
3	Застосування похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей, доведення тотожностей	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує рівняння, нерівності; доводить тотожності, порівнює вирази.
1	Підсумкове заняття. Семінар	
3	Резервний час	

ЛІТЕРАТУРА

- Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубінчук О. С. Алгебра і початки аналізу. 10–11 клас.— К.: Зодіак-ЕКО, 2000.
- Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: Підруч. для 10 кл. з поглиб. вивч. математики в середн. закл. освіти.— К.: Освіта, 2000.
- Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Вчимося розв'язувати задачі з алгебри і початків аналізу.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2001.

4. Роева Т. Г., Хроленко Н. Ф. Алгебра у таблицях.— Х., 2002.
5. Шунда Н. М. Застосування похідної до розв'язування задач.— К.: Техніка, 1999.
6. Задачник по курсу математического анализа / Под ред. Н. Я. Виленкина.— М.: Просвещение, 1971.
7. Задачи по математике: Начала анализа / В. В. Вавилов, И. И. Мельников, И. И. Олехник, А. И. Пасиченко.— М.: Наука, 1990.
8. Математический анализ в примерах и задачах / И. И. Лешко, А. К. Боярчук, О. Г. Гай, Г. П. Головач.— К.: Вища школа, 1974.
9. Сборник конкурсных задач по математике / В. Н. Говоров, Т. П. Дибов, Н. В. Мирошин, С. Ф. Смирнов.— К., 1983.
10. Горделадзе Ш. Г., Кухарчук М. М., Яремчук Ф. П. Збірник конкурсних задач з математики.— К., 1976.
11. Шунда Н. М., Томусьяк А. А. Практикум з математичного аналізу.— К.: Вища школа, 1993.
12. Конет І. М. Обласні математичні олімпіади.— Кам'янець-Подільський: Абетка, 2000.