

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів математичного, фізико-математичного та інформаційно-технологічного профілів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах з поглибленим вивченням математики)

Автори: *Требенко Дмитро Якович*, докторант кафедри методики та методології навчання фізико-математичних дисциплін у вищій школі НПУ імені М. П. Драгоманова, доцент, кандидат фізико-математичних наук;

Требенко Оксана Олександрівна, доцент кафедри вищої математики НПУ імені М. П. Драгоманова, кандидат фізико-математичних наук

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Теорія чисел — один із найважливіших розділів математики, що має давню, багату і надзвичайно цікаву історію. Лише століття тому німецький математик Л. Кронекер говорив, що теорія чисел тим прекрасна, що не має застосувань. Розвивалася ця наука здебільшого не заради розв'язування прикладних задач, а як мистецтво заради мистецтва, яке має свою внутрішню красу, гармонію, стрункість. Сьогодні результати досліджень з теорії чисел широко використовуються в найрізноманітніших галузях науки: для аналізу алгоритмів, інформаційних потоків, дослідження ступеня оптимальності комбінаторних алгоритмів, при проектуванні та аналізі різноманітних криптосистем, у кристалографії, теорії телефонних мереж, при розв'язуванні задач теорії наближених обчислень тощо.

Зовнішня простота формулювань умови задач із теорії чисел, їхнє практичне значення, життєвий генезис зацікавлять, без сумніву, кожного учня. Саме ця простота формулювань зумовила надзвичайну привабливість задач із теорії чисел. Чимало видатних математиків своїм інтересом до занять наукою завдячують саме теорії чисел. Історія знає багато прикладів «простих», на перший погляд, задач, для розв'язування яких необхідно було створити абсолютно нову математичну теорію, розробити новий метод. Проходили роки, десятиліття, а часто навіть і століття, перш ніж той чи інший факт обґрунтовувався строгим доведенням.

Для розв'язування багатьох задач теорії чисел, зокрема задач на подільність, часто не потрібні глибокі знання інших розділів математики. Цінується, в першу чергу, вміння спостерігати, аналізувати, робити гіпотетичні припущення тощо. Спеціально підібрана система задач може сприяти розвитку

інтуїції, формуванню вміння спостерігати, виявляти закономірності. Евристичний метод викладання сприятиме формуванню дослідницьких навичок: небагато хто з учнів в майбутньому стане математиком, але володіння навичками дослідницької роботи, без сумніву, стане в нагоді кожному.

Таким чином, задачі з теорії чисел — ідеальний варіант для зацікавлення математикою, розвитку інтуїції, креативності мислення, формування дослідницьких навичок.

У шкільному курсі математики елементи теорії чисел висвітлені досить мало. Як результат — невідповідність рівня наявних знань студента — випускника звичайної середньої загальноосвітньої школи вимогам програм університетського курсу вищої алгебри. Не є винятком і поглиблений курс шкільної математики, оскільки розгляд елементів теорії чисел передбачено в основній школі (у 6-му класі; на поглибленому рівні додатково у 8-му класі), і нерідко студенти вже мало що пам'ятають. При цьому навчальних посібників для учнів, у яких елементи теорії чисел викладалися б на елементарному рівні, практично немає. Особливо гостро проблема постає перед випускниками шкіл з одним універсальним профілем навчання (переважно це сільські школи), де відсутня можливість профілізації.

З метою усунення невідповідності між вимогами до обсягу знань з теорії чисел випускника школи — абітурієнта ВНЗ (галузі знань: фізико-математичні науки, системні науки та кібернетика, інформатика та обчислювальна техніка, автоматика та управління, математика, електроніка, інформаційна безпека тощо) і недостатнім висвітленням теорії чисел у чинних програмах з математики авторами пропонується впровадження курсу за вибором «Елементи теорії чисел», зміст якого органічно доповнює, поглиблює і розширює основний курс математики.

Програма курсу призначена для організації навчання в класах математичного, фізико-математичного, інформаційно-технологічного профілю; також може бути використана в класах універсального профілю.

Основною метою курсу є розширення математичного світогляду учня, підвищення загального рівня розвитку, посилення інтересу до математики, наукової творчості, самостійних творчих досліджень; надання можливості учню одержати (розширити і систематизувати) знання з теорії чисел в обсязі, необхідному для вступу до ВНЗ і успішного подальшого навчання.

Досягнення зазначеної мети забезпечується через реалізацію таких завдань:

- формування широкого погляду на математику як на єдину динамічну науку з характерними для неї методами; усвідомлення учнями досвідного походження основних математичних понять, теорій, методів, специфіки формування взаємозв'язків між окремими розділами математики;

- цілісне і систематизоване засвоєння учнями теоретичних основ теорії чисел і їх застосувань до розв'язування відповідних практичних задач; формування вмінь і навичок розв'язування задач з теорії чисел (зокрема, задач підвищеного (олімпіадного) рівня складності);
- розвиток творчої активності та індивідуальних здібностей кожного учня, інтуїції, креативності мислення; формування творчого підходу, нестандартного мислення і вміння вивчити проблему з різних боків, уміння знаходити найраціональніший спосіб розв'язування, оцінити отриманий результат.

В результаті вивчення курсу учень повинен:

- *мати уявлення:* про предмет і основні розділи теорії чисел; роль математиків в розвитку теорії чисел, вплив теорії чисел на розвиток інших розділів математики, застосування теорії чисел в математиці та суміжних науках; основні напрями досліджень і основні методи, що використовуються в теорії чисел, зв'язки між окремими розділами теорії чисел;
- *знати:* основні поняття і твердження: теорему про ділення з остачею, різні означення найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного кількох цілих чисел та їхні властивості, алгоритм Евкліда, формулу для обчислення НСК, властивості взаємно простих чисел, означення простого і складеного чисел та їхні властивості, теорему Евкліда, загальний вигляд простих чисел Ферма та Мерсенна, основні числові функції, означення конгруенції n -го степеня з одним невідомим та її розв'язку, теореми Ойлера і Ферма; основні типи задач і методи їх розв'язування; алгоритми розв'язування типових задач;
- *уміти:* виконувати ділення з остачею одного цілого числа на інше; знаходити НСД двох цілих чисел двома способами: використовуючи алгоритм Евкліда та канонічні розклади чисел; знаходити НСК двох цілих чисел двома способами: використовуючи формулу та канонічні розклади чисел; визначати, чи є задане натуральне число $n \neq 1$ простим чи складеним; знаходити: канонічний розклад цілого числа; цілу і дробову частини дійсного числа; кількість та суму натуральних дільників натурального числа n ; кількість натуральних чисел, що є меншими за натуральне число n і взаємно простими з ним; лінійне представлення НСД двох цілих чисел; всі прості числа, що містяться між заданими натуральними числами, користуючись теоремами Ойлера і Ферма; остачу від ділення; розв'язувати лінійні конгруенції, використовуючи числа 9 та 11; перевіряти правильність виконання арифметичних дій; виводити ознаки подільності; визначати довжину періоду при перетворенні звичайного дроби в десятковий.

Структура навчальної програми

Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: зміст навчального матеріалу та вимоги до навчальних досягнень учнів. Зміст навчального матеріалу структуровано за темами із зазначенням годин на їх вивчення. Розподіл годин між темами є орієнтовним і може змінюватись учителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів. Перелік вимог до навчальних досягнень учнів за кожною темою орієнтує на результати навчання, допоможе в плануванні системи контролю, доборі необхідного мінімального теоретичного матеріалу, розробці системи задач за кожною із тем.

Програма передбачає можливість опанування курсу з різним ступенем повноти: деякі питання і теми, що подані в квадратних дужках, не є обов'язковими для вивчення, що дозволяє вчителю залежно від конкретних умов варіювати обсяг матеріалу, який вивчається.

Курс розрахований на 34 години (1 година на тиждень протягом року).

Особливості організації навчання

Організація навчання математики в класах математичного, фізико-математичного, інформаційно-технологічного профілів передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб виявити і розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного конкретного учня. З метою створення необхідних умов для якнайповнішої реалізації освітньої, розвиваючої та виховної функцій математики, врахування інтересів, здібностей, потреб та можливостей учнів передбачається проведення курсів за вибором.

Курс за вибором для класів математичного профілю, в першу чергу, покликаний допомогти учневі переконатись у правильності професійного вибору, сприяти формуванню у старшокласників професійно важливих якостей, вдосконаленню навичок пізнавальної дослідницької діяльності, мотивувати до вибору професії, ознайомити із сучасними досягненнями в математиці та історією становлення і розвитку науки. Тому провідним принципом добору організаційних форм навчання для класів таких профілів має бути принцип моделювання ситуації професійної діяльності, за яким в навчальній діяльності використовуються елементи діяльності науковця-дослідника.

Математична підготовка в класах математичного, фізико-математичного та інформаційно-технологічного профілів має бути різнобічною та спрямовуватись на: обов'язкове засвоєння необхідного для подальшого професійного навчання мінімуму знань; формування вмінь прикладного застосування цих знань (моделювання реальних процесів); застосування математичного апарату для потреб комп'ютерних технологій (тому доцільно в процесі навчання-дослідження використовувати, зокрема, елементи ІКТ). Важливо, щоб учні усвідомили значення математики як науки, що дає універсальні

знання, методи якої належать до провідних методів наукового дослідження, відчули необхідність одержання ґрунтовної математичної підготовки.

Критерієм оцінки навчальної діяльності учнів сьогодні є не лише і не стільки обсяг матеріалу, який залишився в їхній пам'яті, скільки вміння його аналізувати, узагальнювати, активно використовувати в нестандартних ситуаціях, самостійно здобувати знання, вести пошуково-дослідницьку роботу. Формування таких умінь вимагає від учителя творчого підходу. Запропонована програма орієнтована саме на творчий підхід до її реалізації, надає можливість учителю самостійно добирати організаційні форми, шукати такий варіант організації навчання, при якому пануватиме атмосфера зацікавленості, небайдужості до матеріалу, що розглядається, спільного активного пошуку.

Рекомендації щодо роботи з програмою

Відомості з історії розвитку теорії чисел, а також інформація про сучасні досягнення в науці, їхнє прикладне значення (зокрема, сучасні застосування в сфері захисту комп'ютерної інформації, криптографії тощо) надзвичайно важливі у навчальному, виховному і розвивальному аспектах; до них доцільно і необхідно систематично звертатися протягом всього періоду опанування курсу. Це підкреслить велику значущість математики (і теорії чисел зокрема) для розвитку науки, практичних потреб сьогодення. Крім того, варто згадати і про застосування ЕОМ для розв'язування задач теорії чисел (зокрема, пошуку простих чисел тощо).

Для сучасної теорії чисел характерне застосування досить різноманітних методів досліджень; так, наприклад, багато проблем теорії чисел можна природно сформулювати у геометричній формі, і до розв'язування таких задач застосовують геометричні міркування. Широко використовуються також методи математичного аналізу; зокрема, при вивченні питань, пов'язаних із розподілом простих чисел, особливо часто доводиться застосовувати результати теорії функцій комплексної змінної.

Внаслідок опанування курсу учні повинні усвідомити, що математична наука — це цілісна наука, що математичним теоріям притаманна лише певна самостійність: деякий час вони можуть існувати незалежно одна від одної, лише в своїх окремих межах, але з часом методів одного розділу стає недостатньо. З іншого боку, в межах окремого розділу можуть виникати нові теорії, практичне значення яких виявиться значно пізніше. Багато математичних теорій завдячують своєму виникненню саме теорії чисел. Так, поштовхом до узагальнення арифметики цілих чисел стали спроби довести Велику теорему Ферма: з'явилися «ідеальні» числа Куммера, з якими пов'язують виникнення теорії ідеалів Р. Дедекінда (1871), що мала велике значення для подальшого розвитку математики саме через можливість узагальнення окремих понять теорії чисел (таких, як, наприклад, НСД і НСК),

а також методу Кронекера (1882). Більш того, заслугою Р. Дедекінда є введення загального аксіоматичного методу побудови математичних структур. Побудову теорії алгебраїчних функцій однієї змінної Вебером і Дедекіндом було здійснено саме із застосуванням цього методу — в результаті було відмічено подібність у властивостях чисел і властивостях многочленів. Лише через 40 років із виникненням абстрактної теорії кілець було знайдено причину цієї подібності (Е. Нетер).

Найбільш ефективною для створення активної творчої атмосфери на заняттях курсу за вибором виявилася на практиці така комбінована форма проведення занять: учитель подає мінімальний необхідний теоретичний матеріал, активно залучаючи учнів до його формулювання і виведення, формулює задачу і не поспішає давати розв'язання, надає можливість учню самостійно подумати. Через деякий час обговорюються всі запропоновані учнями способи розв'язування цієї задачі, формулюються загальні методи і підходи, здійснюється аналіз можливостей застосування окремих методів; обговорюються особливості розв'язування різних задач, типу задач, системи задач в рамках теми / методу; серед всіх запропонованих варіантів розв'язування вибирається найбільш «красивий, вишуканий». Це дає змогу реалізувати диференційований підхід і активізувати самостійну навчальну діяльність учнів. Досвід показує, що засвоєння змісту даного курсу відбувається успішніше, якщо навіть ознайомлення із необхідним теоретичним матеріалом проходить в процесі розв'язування задач (метод доцільних задач). Таким чином досягається осмисленість і міцність знань.

У межах даного курсу розглядається велика кількість задач різного рівня складності: від задач «на означення» до задач, розв'язування яких вимагає використання комплексу результатів, теорем, інших задач, різних технічних прийомів і немалої частки математичної фантазії. Безумовно, не всі задачі будуть доступні учням із середнім і навіть високим рівнем навчальних досягнень, тому існує небезпека втрати учнем віри у власні можливості. Уникнути цього можна, лише розумно дозуючи складність задач, комбінуючи індивідуальний підхід, коли кожному учню пропонується задача, рівень складності якої відповідає рівню його індивідуальних можливостей, із колективним обговоренням найбільш складних, серйозних, але важливих в теоретичному плані задач.

Внаслідок пошуку різних способів розв'язування тієї самої задачі формується пізнавальний інтерес, розвиваються творчі здібності, креативність мислення, виробляються дослідницькі навички. Обговорення нових знайдених способів розв'язування, виявлення можливостей застосування певних окремих прийомів, узагальнення задачі та способу розв'язування дають можливість учитися на задачі. Пошук найбільш раціонального, красивого, вишуканого способу розв'язування сприяє естетичному вихованню та підвищенню загальної математичної культури, розвиває гнучкість мислення.

Загальні методи слід розглядати обов'язково, проте часто нестандартні задачі (а серед задач із теорії чисел їх досить багато) можна розв'язати набагато простіше. Завдання учителя — показати, що розв'язування задачі за шаблоном нерідко призводить до виникнення помилок, збільшення обсягу роботи, іноді — до ускладнення розв'язання. Водночас для багатьох задач може існувати лише єдиний спосіб розв'язування. Тому, щоб охопити якомога більше можливих способів, учитель повинен чітко продумувати зміст кожного заняття та ретельно добирати систему задач в межах кожної окремої теми.

Зробимо декілька зауважень щодо вивчення тем 1–3. Теоретичний матеріал цих тем (у переважній більшості) розглядався в курсі математики основної школи (у 6-му класі; на поглибленому рівні додатково у 8-му класі). Зрозуміло, що з того часу багато хто забув цей матеріал і необхідним є повторення. Тим актуальнішим стає дане питання, якщо зауважити, що в останні роки зміст курсу вищої алгебри в університеті зазнав значних змін. З метою економії навчального часу близько 20 років тому було запроваджено практику вивчення елементів теорії чисел в рамках більш загальних абстрактних алгебраїчних теорій: теорії кілець, груп. При такому підході студенти знайомляться з елементами теорії подільності в кільці цілих чисел лише при розв'язуванні окремих задач і доведенні окремих теорем. Аналогічно теорія конгруенцій за натуральним модулем (один із ключових підрозділів елементарної теорії чисел) часто розглядається як окремий приклад конгруенцій за ідеалом в теорії кілець; одна з відомих і широко застосованих в теорії чисел мала теорема Ферма тлумачиться з позиції теорії циклічних груп тощо. Значення теорії чисел внаслідок такої практики нівелюється, цілісного уявлення про теорію чисел як про окрему самостійну галузь студенти не отримують. Ситуація ускладнюється ще й тим, що в теорії кілець, груп використовуються абсолютно нові, незвичні для студента підходи. В умовах високого рівня абстрактності навчального матеріалу зрозуміти, про що йде мова, досить непросто. До сприйняття даного матеріалу майбутнього студента необхідно заздалегідь підготувати.

Пропонується теорію подільності на множині цілих чисел побудувати аналогічно теорії подільності в довільній області цілісності. При цьому означення окремих понять (НСД, НСК) формулюються подібно до відповідних означень в довільній області цілісності, показується, що запропоновані означення еквівалентні тим, які були введені в основному курсі математики. В такий спосіб багато тверджень, властивостей, теорем, розглянутих на множині цілих чисел, потім легко узагальнюються на випадок довільної області цілісності (інколи просто дослівним повторенням міркувань). За такого підходу, з одного боку, здійснюються повторення, узагальнення і систематизація набутих раніше знань (що не є рутинним, оскільки відсутнє дублювання), що спонукає до переосмислення знайомих фактів. З іншого боку, учень,

по-перше, має можливість отримати необхідні глибокі знання з теорії подільності на множині цілих чисел; по-друге, буде підготовлений до кращого сприйняття теорії подільності в довільній абстрактній області цілісності.

Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів

Оцінювання навчальних досягнень учнів відбувається за критеріями оцінювання навчальних досягнень учнів загальноосвітніх навчальних закладів, затвердженими Міністерством освіти і науки України, з урахуванням вимог, наведених у програмі даного курсу.

Оцінюванню підлягає:

- рівень володіння теоретичним матеріалом;
- рівень володіння практичними вміннями і навичками;
- зміст і якість індивідуальної роботи.

Поточне оцінювання (під час занять або за результатами виконання домашніх робіт, усних відповідей, письмових робіт тощо) носить заохочувальний, стимулюючий та діагностико-корегуючий характер, його необхідність визначається вчителем. При підсумковому оцінюванні, в першу чергу, враховуються індивідуальні досягнення кожного учня.

Виявити залишковий рівень знань наприкінці вивчення курсу допоможе контрольна робота, до змісту якої бажано включати як питання теоретичного характеру (у формі тестових завдань), так і задачі, серед яких обов'язково мають бути такі, що потребують творчого підходу, дослідження, детального пояснення.

Враховуючи те, що курс є елективним, можливі також нетрадиційні форми підсумкового оцінювання: наприклад, індивідуальна співбесіда.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Подільність цілих чисел	2
2	Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. Взаємно прості числа	4
3	Прості і складені числа	2
4	Числові функції	4
5	Конгруенції на множині цілих чисел	8
6	Конгруенції з одним невідомим	10
7	Арифметичні застосування конгруенцій	3
	Підсумкова контрольна робота	1
	РАЗОМ	34

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>Тема 1. Подільність цілих чисел Подільність цілих чисел, властивості. Ділення з остачею.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення подільності двох цілих чисел; основні властивості подільності; теорему про ділення з остачею; • <i>застосовує</i> основні властивості подільності, теорему про ділення з остачею до розв'язування задач.
4	<p>Тема 2. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. Взаємно прості числа Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне кількох цілих чисел та їхні властивості, способи знаходження. Алгоритм Евкліда. Діофантові рівняння. Взаємно прості числа та їхні властивості. [Піфагорові трійки.]</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного кількох цілих чисел; властивості НСД і НСК кількох цілих чисел; • <i>застосовує</i> властивості НСД і НСК кількох цілих чисел до розв'язування задач; • <i>знаходить</i> НСД двох цілих чисел за допомогою алгоритму Евкліда; • <i>обчислює</i> НСК двох цілих чисел, використовуючи формулу; • <i>формулює</i> властивості взаємно простих чисел та використовує їх для розв'язування задач; • <i>розв'язує</i> найпростіші діофантові рівняння.
2	<p>Тема 3. Прості і складені числа Прості числа та їхні властивості. Теорема Евкліда про нескінченність множини простих чисел. Решето Ератосфена. Основна теорема арифметики.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення простих та складених чисел; властивості простих чисел; • <i>застосовує</i> властивості простих чисел до розв'язування задач;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Числа Ферма, Мерсенна. [Досконалі числа (теорема Евкліда — Ойлера), дружні числа. Сучасний стан питання про розподіл простих чисел в натуральному ряді і арифметичних прогресіях.]	<ul style="list-style-type: none"> • визначає, простим чи складеним є задане натуральне число; • знаходить усі прості числа на певному проміжку; • знаходить канонічну форму натурального числа; • обчислює НСД та НСК, використовуючи узагальнену канонічну форму.
4	<p>Тема 4. Числові функції</p> <p>Означення та приклади числових функцій. Мультиплікативні функції. Функція Ойлера. Функція Антьє. Знаходження числа та суми натуральних дільників натурального числа n.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює означення числових функцій; означення мультиплікативної функції; • знаходить цілу і дробову частину дійсного числа; число та суму натуральних дільників натурального числа n; кількість натуральних чисел, що є меншими за натуральне число n і взаємно простими з ним.
8	<p>Тема 5. Конгруенції на множині цілих чисел</p> <p>Конгруенції на множині цілих чисел та їхні властивості. Класи лишків за даним модулем. Повна та зведена система лишків. Теорема Ойлера та Ферма. Застосування конгруенцій до обчислення остач при діленні на задане число та визначення останньої (кількох останніх) цифри числа.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює означення конгруенції; властивості конгруенцій; • застосовує властивості конгруенцій до розв'язування вправ; • формулює означення класу лишків за модулем; означення повної та зведеної систем лишків за даним модулем; • уміє визначати, чи утворює заданий набір чисел повну (зведену) систему лишків за певним модулем; • формулює теореми Ойлера і Ферма та застосовує їх до розв'язування вправ.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
10	<p>Тема 6. Конгруенції з одним невідомим</p> <p>Класи розв'язків конгруенції. Лінійні конгруенції. Способи розв'язування лінійних конгруенцій. Системи лінійних конгруенцій. Китайська теорема про остачі. Зведення конгруенції за складеним модулем до системи конгруенцій за простими модулями. Рівносильні перетворення конгруенції n-го степеня за простим модулем та її розв'язання.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення конгруенції n-го степеня та її розв'язку; теорему про існування та число розв'язків лінійної конгруенції; • <i>розв'язує</i> лінійні конгруенції, використовуючи різні способи; системи лінійних конгруенцій; • <i>знає</i> китайську теорему про остачі; • <i>спрощує та розв'язує</i> конгруенції n-го степеня за простим модулем; • <i>знає</i> теорему Вільсона.
3	<p>Тема 7. Арифметичні застосування конгруенцій</p> <p>Виведення ознак подільності на 3, 9, 11, 2^k, 5^k, $k \in \mathbf{N}$. Перевірка результатів арифметичних дій. Перетворення звичайного дробу в десятковий. [Визначення дня тижня. Складання розкладу змагань. Криптозахист.]</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> ознаку Паскаля; • <i>виводить</i> ознаки подільності на 3, 9, 11, 2^k, 5^k, $k \in \mathbf{N}$; • <i>перевіряє</i> правильність виконання арифметичних дій, використовуючи цифри 9 і 11; • <i>знаходить</i> довжину періоду десяткового дробу.
1	Підсумкова контрольна робота	

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 1. Подільність цілих чисел (2 год)		
1		Подільність цілих чисел. Властивості
2		Ділення з остачею

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 2. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. Взаємно прості числа (4 год)		
3		Найбільший спільний дільник кількох цілих чисел. Алгоритм Евкліда. Лінійне представлення НСД
4		Найменше спільне кратне кількох цілих чисел
5		Діофантові рівняння
6		Взаємно прості числа
Тема 3. Прості та складені числа (2 год)		
7		Прості та складені числа. Решето Ератосфена
8		Канонічний розклад числа n . Знаходження НСД та НСК двох цілих чисел
Тема 4. Числові функції (4 год)		
9		Ціла і дробова частини дійсного числа
10		Мультиплікативні функції та їхні властивості
11		Число і сума натуральних дільників натурального числа n
12		Функція Ойлера
Тема 5. Конгруенції на множині цілих чисел (8 год)		
13–14		Конгруенції на множині цілих чисел та їхні найпростіші властивості
15–16		Класи лишків, повна і зведена системи лишків за даним модулем
17–18		Теореми Ойлера і Ферма
19–20		Обчислення остач при діленні на задане число. Визначення останньої (кількох останніх) цифри числа

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 6. Конгруенції з одним невідомим (10 год)		
21–22		Конгруенції першого степеня з одним невідомим
23		Розв'язування лінійних діофантових рівнянь з двома невідомими за допомогою конгруенцій
24–25		Системи конгруенцій. Китайська теорема про остачі
26–27		Зведення конгруенції за складеним модулем до системи конгруенцій за простими модулями
28–30		Конгруенції n -го степеня за простим модулем. Теорема Вільсона
Тема 7. Арифметичні застосування конгруенцій (3 год)		
31		Виведення ознак подільності
32		Перевірка результатів арифметичних дій
33		Перетворення звичайного дроби в десятковий
34		Підсумкова контрольна робота

ЛІТЕРАТУРА

1. Требенко Д. Я., Требенко О. О. Алгебра і теорія чисел: У 2 ч.— К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009.— Ч. 1.— 420 с.
2. Бородін О. І. Теорія чисел.— К.: Вища школа, 1970.— 274 с.
3. Бухштаб А. А. Теория чисел.— М.: Просвещение, 1966.— 384 с.
4. Оре О. Приглашение в теорию чисел: Пер. с англ.— М.: Наука, 1980.— 128 с.
5. Требенко Д. Я., Требенко О. О. Збірник індивідуальних розрахункових завдань з курсу «Алгебра і теорія чисел»: У 2 ч.— К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009.— Ч. 1.— 172 с.
6. Алгебра і теорія чисел: У 2 ч. / С. Т. Завало, С. С. Левіщенко, В. В. Пилаєв, І. О. Рокицький.— К.: Вища школа, 1986.— Ч. 2.— 264 с.