

ВСТУП ДО ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ. ЛАНЦЮГОВІ ДРОБИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

**Програма факультативного курсу для учнів 9 класу
математичного профілю загальноосвітніх навчальних закладів**

Автор: *Кирдей Ірина Дмитрівна, вчитель математики
ЗОШ I–III ступенів № 16 ім. М. О. Кириленка
м. Біла Церква Київської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Реалізуючи основну мету курсу математики в середній школі, необхідно водночас створювати умови для розвитку кожної особистості з урахуванням її нахилів та природних обдарувань. Застосування варіативного компонента навчального плану загальноосвітньої школи відкриває для цього достатньо можливостей. Розширення кола факультативів та курсів за вибором дозволяє ознайомити учнів із деякими загальними математичними ідеями, показати застосування математики у практичній діяльності.

До основних понять математики належить поняття числа. Від того, наскільки добре учень усвідомлює природу числа, взаємозв'язки між числовими множинами, знає та розуміє властивості чисел, залежить загальний рівень його математичних компетентностей.

Факультативний курс «Вступ до теорії чисел. Ланцюгові дроби та їх застосування» розрахований на учнів 9 класу і має на меті ознайомлення учнів з такими розділами математики, які дозволяють суттєво розширити дослідницький потенціал обдарованої дитини, поглибити її знання про основні положення та поняття теорії чисел, на яких базується вивчення багатьох інших розділів природничих дисциплін, підвищити інтерес до вивчення предмета, показати роль ланцюгових дробів у розв'язуванні прикладних задач математики, фізики, хімії, астрономії, природознавства.

Теоретичною основою факультативу є основи теорії подільності, теореми теорії чисел, алгоритм Евкліда, властивості складених чисел, особливості розкладу як раціональних, так і ірраціональних чисел у ланцюгові дроби, поняття про рівняння з двома змінними та його розв'язок.

Зміст програми курсу органічно пов'язаний зі змістом основного навчального матеріалу шкільного курсу математики і водночас має самостійний характер.

Мета і завдання курсу:

- створення умов для розвитку природних математичних здібностей та обдарувань кожної особистості з урахуванням її вікових особливостей;

- оволодіння учнями системою математичних знань, навичок і вмінь, у тому числі пов'язаних із використанням інформаційних технологій, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань;
- підвищення математичної, інформаційної, алгоритмічної та графічної культури школярів, розвиток в учнів логічного мислення, просторової уяви, пам'яті, уваги;
- інтелектуальний розвиток учнів, формування в них абстрактно-логічного, наочно-образного типів мислення;
- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної для повноцінного життя в сучасному суспільстві;
- формування в учнів стійкої позитивної мотивації до навчання та позитивних рис особистості;
- задоволення потреби у допрофільній математичній підготовці учнів.

Характеристика структури навчальної програми

Програму складено відповідно до вимог Державного стандарту базової і повної середньої освіти.

Курс розрахований на 35 годин навчального часу з тих годин варіативної складової Типового навчального плану, які призначені для вивчення факультативів та курсів за вибором з математики для математичного, фізичного та фізико-математичного профілів навчання. Навчальний матеріал розподілено за такими змістовими лініями: числа; рівняння; функції.

Програма містить чотири теми, кожна з яких розкривається через сукупність теоретичних і практичних навчальних занять. Основна увага приділяється практичній спрямованості курсу (відношення теоретичних та практичних занять складає 2 : 3), що дозволяє навчити учнів основним прийомам розв'язування деяких типів конкурсних та олімпіадних задач.

Розподіл змісту і навчального часу є орієнтовним. Учителям надається право коригувати його залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій. На основі чіткого тематичного плану вчитель розробляє календарно-тематичний план.

Програмою передбачено резерв навчального часу, а також години для повторення, узагальнення й систематизації вивченого матеріалу, розгляд історичного аспекту розвитку питань, що вивчаються. Програма подана у формі таблиці, що містить зміст навчального матеріалу та навчальні досягнення учнів. У змісті вказано навчальний матеріал, який підлягає вивченню. Вимоги до навчальних досягнень учнів орієнтують на результати навчання, які також є і об'єктом контролю та оцінювання.

Пропонована програма факультативного курсу узгоджена з програмою рівня стандарту.

Особливості організації навчання

У природничих науках математика є не лише галуззю загальноосвітніх знань, а й методом наукового пізнання. Тому навчання математики в класах природничо-математичного профілю вимагає більш поглибленого, у порівнянні з академічним, рівня її вивчення. Разом з тим курс математики для цих класів відрізняється від академічного не стільки обсягом знань, якими мають оволодіти учні, скільки рівнем його обґрунтованості, абстрактності, загальності, прикладної спрямованості.

З метою створення необхідних умов для більш повної реалізації освітньої, розвивальної та виховної складових навчання математики, врахування інтересів, здібностей, потреб та можливостей учнів у профільних природничо-математичних класах у повному обсязі має бути використаний потужний потенціал варіативної складової навчального плану, яка передбачає вивчення факультативних курсів. Досягненню саме цієї мети сприяє запропонований факультативний курс.

Цей курс складається з невеликих за змістом навчальних модулів, враховує різноманіття інтересів і можливостей учнів, поглиблює та розширює основний курс математики відповідно до обраного профілю навчання та сприяє розвитку математичних знань та вмінь у прикладних сферах діяльності, знайомить учнів з основами майбутніх професійних знань.

При викладанні даного факультативного курсу в класах природничо-математичного профілю вчитель повинен створювати такі навчальні ситуації, в яких учні самостійно опановують систему математичних знань, умінь та навичок.

Саме тому в програмі приділяється багато уваги історії розвитку поняття числа, наведено визначні в історії математики практичні задачі, що привели до виникнення поняття ланцюгового дробу, підхідних дробів, діофантових рівнянь та пошуку методів їх розв'язування. Це дасть змогу не тільки поповнити історично-наукові знання учнів, а й сприятиме формуванню уявлень про філософський зміст числа, його роль у розвитку загальнолюдської культури.

Заняття рекомендується будувати так, щоб співбесіди, консультації, інтерактивне опитування, робота з педагогічними програмними засобами та інші методи організації роботи під керівництвом учителя навчили учня вчитися, зініціювали його самостійну роботу, показали, як знаходити потрібну інформацію в науково-популярній, навчальній та довідковій літературі, інформаційних базах різних типів, мережі Інтернет.

Запропонований факультативний курс дозволить підвищити свої шанси на успіх учасникам олімпіад та конкурсів, а також буде корисним усім, хто цікавиться елементарною математикою.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Вступ до теорії чисел	2
2	Ланцюгові дроби та наближення раціонального числа	14
3	Застосування ланцюгових дробів до наближених обчислень ірраціональних чисел	9
4	Застосування властивостей ланцюгових дробів до розв'язування діофантових рівнянь	10
	РАЗОМ	35

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	Тема 1. Вступ до теорії чисел Завдання і методи теорії чисел. Числові множини. Історичний розвиток поняття про число.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> описує завдання теорії чисел; пояснює хронологічну послідовність розвитку поняття числових множин; уміє виконувати цілеспрямований пошук та сортування інформації в науково-методичній літературі, інформаційних базах різних типів, на спеціалізованих сайтах мережі Інтернет.
14	Тема 2. Ланцюгові дроби та наближення раціонального числа Подільність цілих чисел. Ділення з остачею. Найбільший спільний дільник (НСД) двох чисел. Різні способи знаходження НСД. Алгоритм Евкліда. Властивості НСД. Основні теореми про подільність. Означення ланцюгового дроби. Запис раціонального числа у вигляді ланцюгового дроби.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> формулює ознаки подільності чисел; означення НСД двох чисел, означення ланцюгового дроби; знаходить НСД двох чисел різними способами; підхідні дроби для даного ланцюгового дроби; користується ознаками подільності чисел, алгоритмом Евкліда;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Розклад числа в ланцюговий дріб за допомогою алгоритму Евкліда. Підхідні дроби та їх властивості. Наближення раціонального числа за допомогою підхідних дробів. Ланцюгові дроби і календар.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> алгоритм знаходження підхідних дробів для даного ланцюгового дроби; • <i>встановлює</i> послідовність перетворення раціонального числа в ланцюговий дріб; • <i>виконує і пояснює</i> наближення раціонального числа за допомогою ланцюгового дроби із заданою точністю; • <i>досліджує</i> одержані результати для розв'язання задач практичного змісту; • <i>використовує</i> розклад числа у ланцюговий дріб для оцінки значень величин із заданим порядком точності.
9	<p>Тема 3. Застосування ланцюгових дробів до наближених обчислень ірраціональних чисел</p> <p>Запис ірраціонального числа у вигляді ланцюгового дроби. Число π та різні ступені його наближення за допомогою ланцюгових дробів. Різні способи подання ірраціонального числа у вигляді ланцюгового дроби. «Золотий переріз», наближене значення τ. Застосування властивостей ланцюгових дробів до розв'язування задач. Розв'язування нетипових видів рівнянь. Розрізання прямокутника заданих розмірів на квадрати. Комбінація провідників різних опорів. Задача оптимізації кутової швидкості обертання.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення ряду Фібоначчі, знає його властивості, розуміє поняття «золотого перерізу»; • <i>знаходить</i> підхідні дроби для ланцюгового дроби даного ірраціонального числа; • <i>користується</i> властивостями ірраціональних чисел; • <i>описує</i> алгоритм знаходження підхідних дробів даного ланцюгового дроби даного ірраціонального числа; • <i>встановлює</i> послідовність перетворення ірраціонального числа у ланцюговий дріб; • <i>виконує і пояснює</i> наближення ірраціонального числа за допомогою ланцюгового дроби із заданою точністю;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> • досліджує одержані результати для розв'язування задач практичного змісту; • використовує розклад числа τ та числа π у ланцюговий дріб із заданим порядком точності та використовує його у практичних задачах.
10	<p>Тема 4. Застосування властивостей ланцюгових дробів до розв'язування діофантових рівнянь</p> <p>Діофантові рівняння. Необхідна умова існування розв'язку рівняння $ax + by = c$. Залежність між загальним розв'язком рівняння $ax + by = c$ та підхідними дробами розкладу. Задачі, що зводяться до розв'язування діофантових рівнянь. Рівняння виду $x^2 - Ay^2 = 1$ та всі його розв'язки. Загальний випадок розв'язання діофантових рівнянь другого степеня з двома невідомими. Узагальнення та систематизація методів розв'язування діофантових рівнянь першого та другого степенів.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює означення діофантового рівняння першого степеня з двома змінними, розуміє, що означає знайти його розв'язок; • користується необхідною умовою існування розв'язку рівняння $ax + by = c$; • описує алгоритм знаходження розв'язку рівняння $ax + by = c$ за допомогою розкладу дроби розкладу у ланцюговий дріб; • знаходить розв'язки рівняння $ax + by = c$ за допомогою ланцюгового дроби; • досліджує одержані результати та пояснює випадки, в яких дане рівняння не має розв'язків; • складає математичну модель задачі, що зводиться до розв'язування діофантового рівняння виду $ax + by = c$; • формулює означення діофантового рівняння другого степеня з двома змінними, розуміє, що означає знайти його розв'язок; • користується загальним випадком розв'язання рівняння $x^2 - Ay^2 = 1$;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> • описує алгоритм знаходження розв'язку рівняння $x^2 - Ay^2 = 1$ за допомогою ланцюгового дроби; • знаходить розв'язки рівняння $x^2 - Ay^2 = 1$ за допомогою ланцюгового дроби; • складає математичну модель задачі, що зводиться до розв'язання діофантового рівняння $x^2 - Ay^2 = 1$; • досліджує одержані результати та пояснює випадки, в яких дане рівняння не має розв'язків.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема заняття
Тема 1. Вступ до теорії чисел (2 год)		
1		Завдання і методи теорії чисел. Числові множини
2		Історичний розвиток поняття про число
Тема 2. Ланцюгові дроби та наближення раціонального числа (14 год)		
3		Подільність цілих чисел. Ділення з остачею. Найбільший спільний дільник двох чисел. Різні способи знаходження НСД
4		Алгоритм Евкліда
5		Властивості НСД
6		Основні теореми про подільність
7		Означення ланцюгового дроби
8		Запис раціонального числа у вигляді ланцюгового дроби
9		Розв'язування задач

Номер заняття	Дата	Тема заняття
10		Розклад числа в ланцюговий дріб за допомогою алгоритму Евкліда
11		Розв'язування задач
12		Підхідні дроби та їхні властивості
13		Розв'язування задач
14		Наближення раціонального числа за допомогою підхідних дробів
15		Розв'язування задач
16		Ланцюгові дроби і календар
Тема 3. Застосування ланцюгових дробів до наближених обчислень ірраціональних чисел (9 год)		
17		Запис ірраціонального числа у вигляді ланцюгового дроби
18		Число π та різні ступені його наближення за допомогою ланцюгових дробів
19		Різні способи подання ірраціонального числа у вигляді ланцюгового дроби
20		«Золотий переріз», наближене значення τ
21		Застосування властивостей ланцюгових дробів до розв'язування задач
22		Розв'язування нетипових видів рівнянь
23		Розрізання прямокутника заданих розмірів на квадрати
24		Комбінація провідників різних опорів
25		Задача оптимізації кутової швидкості обертання
Тема 4. Застосування властивостей ланцюгових дробів до розв'язування діофантових рівнянь (10 год)		
26		Діофантові рівняння
27		Необхідна умова існування розв'язку рівняння $ax + by = c$

Номер заняття	Дата	Тема заняття
28		Залежність між загальним розв'язком рівняння $ax + by = c$ та підхідними дробами розкладу
29		Задачі, що зводяться до розв'язування діофантових рівнянь виду $ax + by = c$
30		Розв'язування задач
31		Рівняння виду $x^2 - Ay^2 = 1$ та всі його розв'язки
32		Задачі, що зводяться до розв'язування діофантових рівнянь виду $x^2 - Ay^2 = 1$
33		Загальний випадок розв'язування діофантових рівнянь другого степеня з двома невідомими
34		Розв'язування рівнянь
35		Узагальнення та систематизація методів розв'язування діофантових рівнянь першого та другого степенів

ЛІТЕРАТУРА

1. Арнольд В. И. Цепные дроби.— М.: МЦМНО, 2001.— 40 с.
2. Арнольд В. И. Задачи для детей от 5 до 15 лет.— М.: МЦМНО, 2004.
3. Бескид Н. М. Цепные дроби // Научно-популярный журнал «Квант».— М.: МЦМНО, 1970.— № 1.
4. Гельфонд А. О. Решение уравнений в целых числах.— 4 изд.— М., 1978.
5. Диофант Александрийский. Арифметика и книга о многоугольных числах / Пер. с древнегреч. И. Н. Веселовского; Ред. и комментарии И. Г. Башмаковой.— М.: Наука, 1974.
6. Болтянский В. Г., Левитас Г. Г. Целые числа и действия над ними. Дополнительные главы по курсу математики 7–8 классов для факультативных занятий.— М.: Просвещение, 1969.— 246 с.
7. Бородин О. И. Теория чисел.— К.: Рад. шк., 1965.— 262 с.
8. Бородин А. И., Бугай А. С. Биографический словарь деятелей в области математики.— К.: Рад. шк., 1979.— 607 с.
9. Алгебра. Учебное пособие для 9–10 классов средних школ с математической специализацией / Н. Я. Виленкин, Р. С. Гутер, С. И. Шварцбург и др.— М.: Просвещение, 1972.— 302 с.
10. Лейфура В. М. Задачі з цілими числами.— Харків: Вид. група «Основа», 2003.— 144 с.

11. Сергеев И. Н., Олейник С. Н., Машков С. Б. Примени математику.— М.: Наука, 1989.
12. Хинчин А. Я. Цепные дроби.— М.: Наука, 1978.— 234 с.
13. Хинчин А. Я. Три жемчужины теории чисел.— М.: Наука, 1979.
14. Ланцюгові дроби. URL: <http://uk.wikipedia.org/wiki>.
15. <http://ega-math.narod.ru/Liv/Diophant.htm>.
16. Цепные дроби. URL: <http://www.eunnet.net/books/numbers/text/7.html>.
17. Бескид Н. М. Цепные дроби. URL: http://www.kvant.mirror0.mccme.ru/1970/01/серные_дроби.htm.
18. Широков Ф. Забытое исчисление (в мире цепных дробей). URL: <http://www.osp.ru/school/1999/07/19.htm>.
19. Web-решение задач по математике. URL: <http://www.webmath.ru/web.php>.
20. Апостолова Г. В., Ліпчевський Л. В. Планета цілих чисел: Електронний навчально-методичний комплекс з математики.— Біла Церква: КОПОПК, 2009.
21. <http://www.kirdey.com>.