

ГЕОМЕТРІЯ ЯК ПРАКТИКА, ЛОГІКА І ФАНТАЗІЯ

Програма факультативного курсу для учнів 7–9 класів

Автор: *Апостолова Галина Вадимівна, професор Київського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів, кандидат фізико-математичних наук, доцент*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Однією з вікових особливостей учнів 7–9 класів (13–15 років) є початок формування в них абстрактно-логічного мислення. Вивчення геометрії як суто дедуктивної науки сприяє розвитку в учнів саме такого виду мислення.

Мета курсу — доповнення і розширення основного курсу геометрії. Пропонується природне продовження основного курсу геометрії, що сприятиме формуванню в учнів зацікавленості математикою, пошукової активності, більш повній реалізації можливостей учнів, їхній профорієнтації.

Завдання курсу — підготувати учнів 7 класу до вивчення геометрії, узагальнити й розширити знання програмного курсу геометрії учнів 7–9 класів, виділити опорні задачі планіметрії та опрацювати їхнє застосування до розв'язування задач підвищеної складності, підготувати учнів до майбутнього незалежного оцінювання.

Програму наведено у двох варіантах, що відповідають різному годинному навантаженню. Теми, які взято у квадратні дужки, відповідають більшому годинному навантаженню (у 8–9 класах відповідні теми можуть бути використані для факультативних занять у класах з поглибленим вивченням математики).

Вчитель при формуванні програми факультативних занять для конкретного годинного наповнення курсу може обирати теми як з першого, так і з другого блоків, враховуючи особливості та потреби учнів.

Зміст програми є орієнтовним. Учитель може переставляти теми місцями, міняти їх годинний розподіл, вилучати окремі теми або доповнювати програму залежно від конкретних потреб учнів.

Вивчення навчального матеріалу майже всіх тем пропонується розпочинати з повторення та узагальнення відповідних відомостей програмного курсу геометрії.

Зауважимо, що тема «Геометричні побудови» відіграє важливу роль у самій геометрії та її застосуванні, у формуванні в учнів вміння моделювати розв'язання, спираючись на опорні факти, наочно-образного мислення, логічного мислення розгалуження. Останнє можливе у разі, коли вчитель чітко

виділяє в задачах на побудову відповідні етапи розв'язування, а етап «план побудови» записує коротко з посиланням на опорні задачі побудови (за схемою «маємо → будуємо»). Опорні задачі побудови базових трикутників легко засвоюються учнями, якщо звернути їхню увагу на те, що вони пов'язані з ознаками рівності трикутників.

Як основна література для проведення факультативних занять пропонуються підручники [1–3].

Зауваження. У 7 класі, коли викладання геометрії розпочинається в другій навчальній чверті, доцільно проводити факультативні заняття з початку навчального року — це підготує учнів до сприйняття програмного курсу планіметрії (теми 1–2).

7 КЛАС

17 год на рік [34 год на рік]

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Історичні відомості	2 [4]
2	Введення в логіку висловлень	2 [4]
3	Види математичних тверджень і спосіб доведення від супротивного	2 [2]
4	Кути і прямі на площині	1 [3]
5	Трикутник	3 [5]
6	Геометричне місце точок (ГМТ)	1 [2]
7	Задачі на побудову	3 [6]
8	Золотий переріз	1 [1]
9	[Чудові криві та поверхні геометрії]	[2]
10	[Малювання фігури «одним розчерком пера», листок Мебіуса і первинне поняття про топологію]	[1]
11	[Геометрія мас як спосіб розв'язування задач]	[2]
12	Геометричні софізми	1 [1]
13	Резервні години	1 [1]

**ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ
ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2 [4]	<p>Тема 1. Історичні відомості [Як шукали одиниці довжини. Про одиниці часу. Календар.] Як зароджувалася геометрія. Розподілення земельних ділянок в Стародавньому Єгипті за допомогою шнурів. Наближене обчислення площі плоскої фігури діленням її на квадратні ділянки. Піфагор Самоський. [Вчення піфагорійців про число.] Поняття, які ввели в геометрію Піфагор і його послідовники, — точка, що не має довжини і ширини; лінія, що має лише довжину. Стародавні доведення теореми Піфагора. [Геометрична алгебра.] Золотий переріз.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i>: як зароджувалася геометрія; як формувалися основні поняття геометрії та чим вони відрізняються від означень у геометрії.
2 [4]	<p>Тема 2. Введення в логіку висловлень Логічні твердження. Істинність і хибність тверджень. Логічний крок міркування, вихідне твердження і твердження-висновок. Розв'язування задач на істинність і хибність тверджень. Діаграми Венна. Використання діаграм Венна для розв'язування логічних задач. [Стародавній філософ Аристотель і логічна гра стародавніх греків. Термін «аксіома». Логічні символи «належить» і «не належить», «і», «або», «впливає», «рівносильно» та їх використання для запису розв'язування задач. Розв'язування логічних задач на «сукупність» і «перетин».]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що таке істинне і хибне твердження; різницю між термінами «аксіома» і «теорема»; зміст логічних символів «належить» і «не належить», «і», «або», «впливає», «рівносильно»; принцип побудови геометрії за Евклідом; • <i>розв'язує</i>: нескладні логічні задачі життєвого змісту із використанням діаграм Венна.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Фалес Мілетський і його відкриття ідеї доведення в геометрії. Потреба людства звести у певну систему нагромадження геометричних фактів і твір Евкліда «Начала» як новий етап розвитку геометрії.	
2 [2]	<p>Тема 3. Види математичних тверджень і спосіб доведення від супротивного</p> <p>Означення, аксіома, теорема, наслідок. Пряма і обернена теореми. Властивість і ознака. Спосіб доведення від супротивного і його використання у доведенні тверджень.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що таке доведення, логічні кроки доведення; різницю між твердженнями: ознака, означення, властивість; • <i>наводить приклади</i>: прямого й оберненого тверджень; доведення від супротивного.
1 [3]	<p>Тема 4. Куты і прямі на площині</p> <p>Куты з відповідно паралельними сторонами. Куты з відповідно перпендикулярними сторонами. Розв'язування задач на використання властивостей зазначених кутів. [Відкриття Лобачевським неевклідової геометрії.]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i>: властивості кутів з відповідно паралельними та відповідно перпендикулярними сторонами; • <i>розв'язує</i>: нескладні задачі (1–3 логічні кроки) на використання властивостей зазначених кутів.
3 [5]	<p>Тема 5. Трикутник</p> <p>Опорні задачі про кути при інцентрі трикутника і кути при ортоцентрі трикутника; розв'язування задач на їх використання. Бісектриса кута і серединний перпендикуляр відрізка як осі симетрії, вісь симетрії рівнобедреного трикутника. Опорна задача про медіану, проведену до гіпотенузи трикутника, і обернена до неї. Четверта ознака рівності трикутників.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> опорні факти про: кути при інцентрі трикутника; кути при ортоцентрі трикутника; властивості медіани, проведені до гіпотенузи прямокутного трикутника; • <i>пояснює</i>: властивості фігури, що має вісь симетрії, зміст четвертої ознаки рівності трикутників;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	[Розв'язування задач підвищеної складності на симетрію відносно прямої, на співвідношення між сторонами і кутами трикутника, властивості перпендикуляра і похилих.]	<ul style="list-style-type: none"> • <i>розв'язує</i>: задачі (2–3 логічні кроки) на використання зазначених опорних фактів і властивостей геометричних фігур.
1 [2]	<p>Тема 6. Геометричне місце точок (ГМТ)</p> <p>ГМТ як властивість і ознака фігури. Необхідна і достатня умови як взаємно обернені твердження. Бісектриса кута як геометричне місце точок, рівновіддалених від сторін кута. Серединний перпендикуляр відрізка як геометричне місце точок, рівновіддалених від його кінців. [Теорема про те, що трикутник має один ортоцентр. Зовнівписане коло трикутника і його властивості. Розв'язування задач на визначення ГМТ.]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що таке геометричне місце точок (як властивість і ознака фігури); необхідна і достатня умови як взаємно обернені твердження; • <i>формулює</i>: властивості бісектриси кута й серединного перпендикуляра відрізка як відповідних ГМТ; • <i>розв'язує</i>: задачі на визначення ГМТ.
3 [6]	<p>Тема 7. Задачі на побудову</p> <p>Етапи розв'язування задачі на побудову і форма їх запису. Опорні задачі на побудову. Базові трикутники як опорні задачі на побудову. Базові прямокутні трикутники як опорні задачі на побудову. Розв'язування задач. [Метод ГМТ і метод спрямлення у задачах на побудову.]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що означає розв'язати задачу на побудову; • <i>формулює</i>: опорні задачі на побудову і наводить їх розв'язання; • <i>розв'язує</i>: задачі на побудову, спираючись на опорні задачі, записує їхнє розв'язання.
1 [1]	<p>Тема 8. Золотий переріз</p> <p>Поняття про золотий прямокутник і золотий переріз. Побудова золотого прямокутника. Принцип золотого перерізу в архітектурі, живописі, графіці й інших сферах життя.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що таке золотий переріз і де він зустрічається у повсякденному житті.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
[2]	[Тема 9. Чудові криві та поверхні геометрії] Побудова еліпса і означення його як ГМТ. Побудова параболи як геометричного місця точок, рівновіддалених від заданої точки і заданої прямої. Побудова гіперболи як геометричного місця точок, різниця відстаней яких від двох заданих точок є величиною сталою. Конус; еліпс, гіпербола та парабола як його перерізи — практична робота. Циклоїда і її властивості. Побудова спіралі Архімеда, кардіоїди, гіпоциклоїди. Малювання за допомогою кола.]	[Учень (учениця) • <i>формулює</i> : означення еліпса, параболи й гіперболи як відповідних ГМТ, здійснює їхню побудову.]
[1]	[Тема 10. Малювання фігури «одним розчерком пера», листок Мебіуса і первинне поняття про топологію]	[Учень (учениця) • <i>розв'язує</i> : нескладні задачі зазначеної тематики.]
[2]	[Тема 11. Геометрія мас як спосіб розв'язування задач]	[Учень (учениця) • <i>доводить</i> : властивості медіан трикутника методом мас.]
1 [1]	Тема 12. Геометричні софізми	Учень (учениця) • <i>пояснює</i> : що таке софізм.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [1]
1		Як зароджувалася геометрія. Розподілення земельних ділянок у Стародавньому Єгипті за допомогою шнурів. Наближене обчислення площі плоскої фігури діленням її на квадратні ділянки. Піфагор Самоський.	§ 2. Практичні роботи 1, 2

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [1]
2		Поняття, які ввели у геометрію Піфагор і його послідовники,— точка, що не має довжини і ширини; лінія, що має лише довжину. Стародавні доведення теореми Піфагора. Золотий переріз.	§ 3, 5. Практичні роботи 3, 4. Додаток 5
[3–4]		[Вчення піфагорійців про число. Геометрична алгебра.] [Як шукали одиниці довжини. Про одиниці часу. Календар.]	Додаток 3. Додатки 1, 2
3–4 [5–6]		Логічні твердження. Істинність і хибність тверджень. Логічний крок міркування, вихідне твердження і твердження-висновок. Розв'язування задач на істинність і хибність тверджень. Діаграми Венна. Використання діаграм Венна для розв'язування логічних задач. Фалес Мілетський і його відкриття ідеї доведення у геометрії. Потреба людства звести у певну систему нагромадження геометричних фактів і твір Евкліда «Начала» як новий етап розвитку геометрії.	§ 4. Рубрика «Для допитливих» на с. 24, 38, 39, 41, 55. Завдання 2. Завдання 3 (№ 1–3)
[7–8]		[Стародавній філософ Арістотель і логічна гра стародавніх греків. Термін «аксіома». Логічні символи «належить» і «не належить», «і», «або», «впливає», «рівносильно» і їх використання для запису розв'язування задач. Розв'язування логічних задач на «сукупність» і «перетин».]	Рубрика «Для допитливих» на с. 25, 27, 46, 70. Завдання 3 (№ 4–6). Завдання 4

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [1]
5 [9]		Означення, аксіома, теорема, наслідок. Пряма і обернена теореми. Властивість і ознака.	§ 15. Завдання 16
6 [10]		Спосіб доведення від супротивного і його використання у доведенні тверджень.	§ 12. Завдання 13 (№ 8–14)
7 [11]		Кути з відповідно паралельними сторонами. Кути з відповідно перпендикулярними сторонами.	§ 17. Завдання 18 (№ 1–3)
[12]		[Розв'язування задач на використання властивостей кутів з відповідно паралельними й перпендикулярними сторонами.]	Практична робота 16. Завдання 18 (№ 4–9)
[13]		[Відкриття Лобачевським неевклідової геометрії.]	§ 18. Практична робота 17
8 [14]		Опорні задачі про кути при інцентрі трикутника і кути при ортоцентрі трикутника; розв'язування задач на їх використання.	Опорні задачі з § 21. Завдання 21 (№ 16–19, 22–25)
9 [15]		Бісектриса кута і серединний перпендикуляр відрізка як осі симетрії, вісь симетрії рівнобедреного трикутника. Опорна задача про медіану, проведену до гіпотенузи трикутника, і обернена до неї. Розв'язування задач.	§ 22. Опорні задачі з § 23. Завдання 23 (№ 11–15)
10 [16]		Четверта ознака рівності трикутників.	§ 26. Практична робота 25

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [1]
[17]		[Розв'язування задач підвищеної складності на симетрію відносно прямої.]	Рубрика «Для допитливих» на с. 84. Додатки 9, 10
[18]		[Розв'язування задач підвищеної складності на співвідношення між сторонами і кутами трикутника, властивості перпендикуляра і похилих.]	Рубрика «Для допитливих» на с. 106, 108, 109, 110. Завдання 32 (№ 7–9)
11 [19]		ГМТ як властивість і ознака фігури. Необхідна і достатня умови як взаємно обернені твердження. Бісектриса кута як геометричне місце точок, рівновіддалених від сторін кута. Серединний перпендикуляр відрізка як геометричне місце точок, рівновіддалених від його кінців.	§ 33. Завдання 33 (№ 21). Рубрика «Для допитливих» на с. 114–115
[20]		[Теорема про те, що трикутник має один ортоцентр. Зовнівписане коло трикутника і його властивості. Розв'язування задач на визначення ГМТ.]	Рубрика «Для допитливих» на с. 127–129, 120–121. Завдання 33 (№ 18–22). Завдання 34 (№ 14)
12 [21]		Етапи розв'язування задачі на побудову і форма його запису. Опорні задачі на побудову	§ 37–38. Завдання 39. Рубрика «Для допитливих» на с. 147–148
13–14 [22–23]		Базові трикутники як опорні задачі на побудову. Базові прямокутні трикутники як опорні задачі на побудову.	§ 39–40. Завдання 40, 41

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [1]
[24–26]		[Метод ГМТ і метод спрямлення у задачах на побудову. Розв’язування задач підвищеної складності.]	§ 41. Рубрика «Для допитливих» на с. 147, 148, 150, 152–155
15 [27]		Поняття про золотий прямокутник і золотий переріз. Побудова золотого прямокутника. Принцип золотого перерізу в архітектурі, живописі, графіці та інших сферах життя.	Додаток 5
[28–29]		[Побудова еліпсу і означення його як ГМТ. Побудова параболи як геометричного місця точок, рівновіддалених від заданої точки і заданої прямої. Побудова гіперболи як геометричного місця точок, різниця відстаней яких від двох заданих точок є величиною сталою. Конус; еліпс, гіпербола та парабола як його перерізи — практична робота. Циклоїда і її властивості. Побудова спіралі Архімеда, кардіоїди, гіпоциклоїди. Малювання за допомогою кола.]	Додаток 6
[30]		[Малювання фігури «одним розчерком пера», листок Мебіуса і первинне поняття про топологію.]	Додаток 7
[31–32]		[Геометрія мас як спосіб розв’язування задач.]	Додаток 8
16 [33]		Геометричні софізми.	Додаток 11
17 [34]		Резервна година	

8 КЛАС*17 год на рік [34 год на рік]***ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ**

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Опорні задачі на побудову (7 клас)	2 [3]
2	Коло. Вимірювання кутів, пов'язаних з колом	3 [6]
3	Многокутники. Площа плоскої фігури	5 [7]
4	Подібність трикутників	2 [4]
5	Чудові точки трикутника	2 [2]
6	Теореми Фалеса і Піфагора у задачах на побудову	1 [1]
7	[Про деякі види трикутників та їхні властивості]	[2]
8	Визначні теореми давнини	1 [4]
9	[Доведення геометричних нерівностей]	[2]
10	[Принцип Діріхле в геометрії]	[1]
11	[Геометричні софізми]	[1]
12	Резервні години	1 [1]

**ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ
ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2 [3]	Тема 1. Опорні задачі на побудову Повторення опорних задач на побудову за курс 7 класу. [Софізм про побудову двох центрів одного кола.] Розв'язування задач на побудову.	Учень (учениця) <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що означає розв'язати задачу на побудову; • <i>формулює</i>: опорні задачі на побудову, наводить їх розв'язання; • <i>розв'язує</i>: задачі на побудову, спираючись на опорні задачі, записує їхнє розв'язання.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
3 [6]	<p>Тема 2. Коло. Вимірювання кутів, пов'язаних з колом</p> <p>Опорні факти про кола. Вимірювання кута: між хордами; між січними; дотичною і хордою. [Властивості взаємно перпендикулярних хорд кола.]</p> <p>Сегмент, що містить заданий кут, і його використання при розв'язуванні задач, зокрема у задачах на побудову.</p> <p>[Властивості точки перетину продовження бісектриси трикутника з описаним навколо трикутника колом і їх використання при розв'язуванні задач, зокрема на побудову.]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>доводить властивості</i>: кутів між хордами, між січними, дотичною і хордою; [взаємно перпендикулярних хорд кола]; [точки перетину продовження бісектриси трикутника з описаним навколо трикутника колом]; зовнішнього кола; • <i>використовує</i>: зазначені властивості до розв'язування задач.
5 [7]	<p>Тема 3. Многокутники. Площа плоскої фігури</p> <p>Вписані і описані чотирикутники — необхідна й достатня умови. Узагальнена теорема Фалеса, її наслідки і теорема, обернена до неї. Рівновеликі паралелограми і рівновеликі трикутники. Відношення площ трикутників зі спільною висотою. Відношення площ частин трикутника, на які він ділиться своїми медіанами. Відношення площ частин трикутника, на які його ділить бісектриса. Обчислення площі многокутника за його периметром і радіусом вписаного кола. Метод площ. Відношення висот паралелограма. Співвідношення між радіусом вписаного у трикутник кола і висотами трикутника.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>доводить</i>: необхідну й достатню умови вписаного й описаного чотирикутників; властивості паралелограма Варіньйона; опорні задачі про трапецію і коло; • <i>формулює і доводить</i> опорні факти про відношення площ: трикутників зі спільною висотою; паралелограмів зі спільною висотою; частин трикутника, на які його ділять медіани; • <i>використовує</i>: зазначені факти до розв'язування задач.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Паралелограм Варіньйона. Опорні задачі про трапецію і коло. [Чотирикутник у задачах на побудову. Розв'язування задач підвищеної складності.]</p>	
2 [4]	<p>Тема 4. Подібність трикутників Метод подібності й метричні співвідношення в колі, властивості бісектрис внутрішнього й зовнішнього кутів трикутника. Коло Аполонія. Подібність трикутників в опорних задачах трапеції. [Співвідношення між середніми величинами на прикладі порівняння довжин відрізків, паралельних основам трапеції, з кінцями на її бічних сторонах.]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i>: властивості бісектрис внутрішнього й зовнішнього кутів трикутника; опорні задачі трапеції; [означення кола Аполонія; властивості відрізків, паралельних основам трапеції, з кінцями на її бічних сторонах]; • [<i>доводить</i>: властивості відрізків, паралельних основам трапеції, з кінцями на її бічних сторонах.]
2 [2]	<p>Тема 5. Чудові точки трикутника Центр ваги трикутника як точка перетину медіан трикутника, його властивості. Ортоцентр трикутника як точка перетину висот трикутника, його властивості; властивості кутів при ортоцентрі трикутника; властивості трикутника, утвореного прямими, проведеними паралельно сторонам трикутника через його вершини. Інцентр трикутника як точка перетину його бісектрис; властивості бісектрис трикутника; міра кута, утвореного бісектрисами трикутника. Точка перетину бісектрис двох зовнішніх кутів трикутника; зовнівписане коло, його властивості та їх використання.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює і доводить</i> властивості: чудових точок трикутника; зовнівписаного кола трикутника; • <i>використовує</i>: зазначені факти до розв'язування задач.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
1 [1]	<p>Тема 6. Теореми Фалеса і Піфагора у задачах на побудову</p> <p>Опорні задачі на побудову: четвертого пропорційного відрізка; середнього геометричного двох даних відрізків, ділення даного відрізка в заданому відношенні. Теорема Піфагора в задачах на побудову.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює і доводить</i>: відповідні опорні задачі; • <i>використовує</i>: зазначені факти до розв'язування задач.
[2]	<p>[Тема 7. Про деякі види трикутників та їхні властивості</p> <p>Трикутники: ортоцентричний, педальний, серединний, різницевий, цілочисловий. Точки і коло Ейлера, пряма Ейлера.]</p>	<p>[Учень (учениця)]</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i>: означення та найпростіші властивості ортоцентричного, педального, серединного трикутників; • <i>формулює означення та доводить</i>: властивості точок і кола Ейлера, прямої Ейлера; • <i>використовує</i>: зазначені факти до розв'язування задач.]
1 [4]	<p>Тема 8. Визначні теореми давнини</p> <p>Теорема Евкліда. Лема Архімеда про дотик двох кіл та їхні паралельні діаметри. Формули Архімеда для рівнобедреного трикутника і приклади їх використання при розв'язуванні задач.</p> <p>[Лема Архімеда. Теорема Архімеда про перпендикуляр, опущений із середини дуги кола, у яку вписано ламану, на більшу з ланок ламаної. Арбелос і його властивості за Архімедом. Теорема Менелая і теорема, обернена до неї. Теорема Чеви та її наслідки.]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i>: лему, формули Архімеда, [властивості арбелоса за Архімедом, теореми: Архімеда, Чеви, Менелая]; • <i>використовує</i>: зазначені факти до розв'язування задач.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
[2]	[Тема 9. Доведення геометричних нерівностей] Опорні нерівності між відрізками у трикутнику. Нерівність Коші й використання в доведенні геометричних нерівностей.]	[Учень (учениця)] <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює і доводить</i> опорні нерівності: для довжин сторін трикутника, між довжиною медіани трикутника і півсумою його сторін; відповідність між довжинами: сторони трикутника й висоти, що проведена до неї; висотою, бісектрисою та медіаною трикутника, що проведено з однієї вершини; • <i>використовує</i>: зазначені факти до розв'язування задач.]
[1]	[Тема 10. Принцип Діріхле в геометрії]	[Учень (учениця)] <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: принцип Діріхле; • <i>наводить приклади</i>: застосування принципу Діріхле.]
[1]	[Тема 11. Геометричні софізми]	[Учень (учениця)] <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що таке софізм.]

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [2]
1–2 [1–3]		Повторення опорних задач на побудову за курс 7 класу. [Софізм про побудову двох центрів одного кола.] Розв'язування задач на побудову.	Схема опорних задач на с. 250. Рубрика «Для допитливих» на с. 23
3–4 [4–5]		Опорні факти про кола. Вимірювання кута: між хордами; між січними; дотичною і хордою. [Властивості взаємно перпендикулярних хорд кола.]	§ 3 (с. 24); §4. Схема опорних задач на с. 253–254. Рубрика «Для допитливих» на с. 28, 29, 31, 33, 38. Завдання 4 (№ 9–18)

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [2]
5 [6–7]		Сегмент, що містить заданий кут, і його використання при розв'язуванні задач, зокрема у задачах на побудову.	§ 5. Завдання 5. Рубрика «Для допитливих» на с. 34
[8–9]		[Властивості точки перетину продовження бісектриси трикутника з описаним навколо трикутника колом і їх використання при розв'язуванні задач, зокрема на побудову.]	§ 6. Завдання 6. Рубрика «Для допитливих» на с. 37
6 [10–11]		Вписані і описані чотирикутники — необхідна й достатня умови. Доведення формули для обчислення площі прямокутника.	§ 7 (с. 44); § 9 (с. 51), § 11. Завдання 9 (№ 20–27). Завдання 11 (№ 17–23). Рубрика «Для допитливих» на с. 54–56
7–8 [12–13]		Рівновеликі паралелограми і рівновеликі трикутники. Відношення площ трикутників зі спільною висотою. Відношення площ частин трикутника, на які він ділиться своїми медіанами. Обчислення площі многокутника за його периметром і радіусом вписаного кола. Метод площ. Відношення висот паралелограма. Співвідношення між радіусом вписаного в трикутник кола і висотами трикутника.	§ 13. Завдання 12 (№ 24–34). Рубрика «Для допитливих» на с. 75
9–10 [14–16]		Опорні задачі про трапецію і коло. Паралелограм Варіньйона. [Розв'язування задач підвищеної складності (у тому числі й на побудову чотирикутників).]	Схема опорних задач на с. 255. § 14 (с. 82). Рубрика «Для допитливих» на с. 60, 61, 66, 70, 85–86. Завдання 10 (№ 18–27).

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [2]
			[Завдання 12 (№ 44–46). Завдання 14 (№ 51–53). Завдання 15 (№ 40)]
11–12 [15–18]		Метод подібності та метричні співвідношення в колі, властивості бісектрис внутрішнього й зовнішнього кутів трикутника. Коло Аполонія. Подібність трикутників в опорних задачах трапеції.	§ 23 (с. 141); § 24. Завдання 24. § 25. Завдання 25
[19–20]		[Розв'язування задач підвищеної складності.]	Завдання для повторення розділу III (№ 34–43). Рубрика «Для допитливих» на с. 72, 160
13–14 [21–22]		Центр ваги трикутника як точка перетину медіан трикутника, його властивості. Ортоцентр трикутника як точка перетину висот трикутника, його властивості; властивості кутів при ортоцентрі трикутника; властивості трикутника, утвореного прямими, проведеними паралельно сторонам трикутника через його вершини. Інцентр трикутника як точка перетину його бісектрис; властивості бісектрис трикутника; міра кута, утвореного бісектрисами трикутника. Точка перетину бісектрис двох зовнішніх кутів трикутника; зовнівписане коло, його властивості та їх використання.	Схема опорних задач на с. 252. § 24 (с. 147). Рубрика «Для допитливих» на с. 91, 146. Додаток 6

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [2]
15 [23]		Опорні задачі на побудову четвертого пропорційного відрізка; середнього геометричного двох даних відрізків; ділення даного відрізка в заданому відношенні. Теорема Піфагора в задачах на побудову.	Схема опорних задач на с. 251. § 17 (с. 113); § 23 (с. 141). Рубрика «Для допитливих» на с. 142
[24–25]		[Трикутники: ортоцентричний, педальний, серединний, різницевий, цілочисловий. Точки і коло Ейлера, пряма Ейлера.]	Додатки 1, 2
16 [26]		Теорема Евкліда. Лема Архімеда про дотик двох кіл та їхні паралельні діаметри. Формули Архімеда для рівнобедреного трикутника і приклади їх використання при розв'язуванні задач.	Додаток 4
[27–28]		[Лема Архімеда. Теорема Архімеда про перпендикуляр, опущений із середини дуги кола, у яку вписано ламану, на більшу з ланок ламаної. Арбелос і його властивості за Архімедом.]	Рубрика «Для допитливих» на с. 35, 36, 116, 117, 151. Додаток 4
[29]		[Теорема Менелая і теорема, обернена до неї. Теорема Чеви та її наслідки.]	Додаток 4
[30–31]		[Опорні нерівності між відрізками у трикутнику. Нерівність Коші та її використання в доведенні геометричних нерівностей.]	Додаток 5
[32]		[Принцип Діріхле в геометрії.]	Додаток 7
[33]		[Геометричні софізми.]	Рубрика «Для допитливих» на с. 23, 28, 232
17 [34]		Резервна година	

9 КЛАС*17 год на рік [34 год на рік]***ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ**

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Прямі і кола на координатній площині	4 [7]
2	Метод площ у теоремах і задачах	1 [2]
3	Многокутники	1 [2]
4	Геометричні перетворення	2 [4]
5	Вектори	3 [5]
6	[Гармонійні четвірки точок]	[2]
7	Золотий переріз	1 [2]
8	[Інверсія і геометрографія]	[3]
9	Три знамениті задачі давнини	1 [1]
10	[Індукція в геометрії]	[2]
11	Розв'язування задач, у тому числі й підвищеної складності за всіма темами курсу планіметрії	4 [4]

**ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ
ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4 [7]	Тема 1. Прямі і кола на координатній площині Історичні відомості про Декарта і його відкриття. Координати точки, що ділить відрізок у заданому відношенні. Взаємне розміщення прямих і кутівий коефіцієнт прямої; рівняння паралельних і перпендикулярних прямих.	Учень (учениця) • <i>формулює</i> : необхідну й достатню умови розміщення трьох точок на одній прямій; • <i>пояснює</i> : що таке загальне рівняння прямої та в якому випадку його можна записати у вигляді лінійної функції;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої у «відрізках». Необхідна й достатня умови розміщення трьох точок на одній прямій.</p> <p>[Рівняння медіани, бісектриси і висоти трикутника, заданого координатами його вершин.] Рівняння кола. [Коло Аполонія.]</p> <p>Зовнівписане коло трикутника і застосування його властивостей для доведення формули Герона. Взаємне розміщення кола і прямої на координатній площині.</p> <p>Застосування алгебри і тригонометрії для розв'язування геометричних задач.</p> <p>Метод координат як засіб розв'язування геометричних задач. [Задачі на визначення геометричного місця точок на координатній площині, рівняння еліпса і гіперболи. Використання геометрії при розв'язуванні алгебраїчних задач.]</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>записує</i> рівняння: паралельних і взаємно перпендикулярних прямих; прямої «у відрізках»; [кола Аполонія; медіани, бісектриси, висоти трикутника, заданого координатами його вершин]; • <i>розв'язує</i>: геометричні задачі із застосуванням методу координат; [алгебраїчні задачі геометричним методом].
1 [2]	<p>Тема 2. Метод площ у теоремах і задачах</p> <p>[Тригонометрична форма теореми Чеви.]</p> <p>Опорні задачі: про відношення, в якому діагоналі чотирикутника діляться точкою їхнього перетину; обчислення площі трикутника за довжинами його медіан та висот; [про обчислення відношення, в якому діляться дві чевіани точкою їхнього перетину].</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що таке метод площ; • <i>формулює і записує</i>: розв'язання опорних задач.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
1 [2]	<p>Тема 3. Многокутники</p> <p>Обчислення синуса кута міри 18° і радіусів вписаного й описаного кіл правильного п'ятикутника. Співвідношення між довжинами сторін правильних n-кутника і $2n$-кутника. [Нерівність Птолемея. Многокутники з вершинами у вузлах цілочислової решітки. Формула Піка.] Розв'язування задач підвищеної складності.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>обчислює</i>: синус кута міри 18°; радіуси вписаного й описаного кіл правильного п'ятикутника; [співвідношення між довжинами сторін правильних n-кутника і $2n$-кутника]; • <i>доводить</i>: нерівність Птолемея.
2 [4]	<p>Тема 4. Геометричні перетворення</p> <p>Група симетрії фігури. Застосування геометричних перетворень до доведення опорних фактів і розв'язування задач. [Паралельне перенесення і перетворення симетрії на координатній площині — загальні випадки, розв'язування задач. Полярна система координат і перетворення повороту на координатній площині. Спіраль Архімеда. Перетворення гомотетії на координатній площині. Застосування геометричних перетворень до розв'язування задач підвищеної складності.]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що таке група симетрії фігури, полярна система координат; • <i>наводить приклади</i>: застосування геометричних перетворень у доведенні опорних фактів планіметрії; • <i>[застосовує</i>: геометричні перетворення до розв'язування задач].
3 [5]	<p>Тема 5. Вектори</p> <p>Умова розміщення трьох точок на одній прямій як критерій колінеарності відповідних векторів. Векторна формула для ділення відрізка навпіл; у заданому відношенні.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>записує</i>: необхідну й достатню умови розміщення трьох точок на одній прямій через колінеарність відповідних векторів; векторну формулу ділення відрізка у заданому співвідношенні;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>[Векторна формула для центроїда трикутника. Формула Гамільтона для вектора з початком у центрі описаного навколо трикутника кола і кінцем в ортоцентрі цього трикутника. Формула Ейлера для відстані між серединами діагоналей опуклого чотирикутника.]</p> <p>Вектор-нормаль прямої. Знаходження косинуса кута між прямими за допомогою: векторів, напрямлених вздовж цих прямих; векторів-нормалей цих прямих. Формула для обчислення відстані від точки до прямої. Векторний метод розв'язування геометричних задач.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>записує</i>: координати вектора-нормалі до прямої; формулу для обчислення відстані від точки до прямої; [векторну формулу для центроїда трикутника, формули Гамільтона та Ейлера]; • <i>використовує</i>: зазначені факти до розв'язування задач.
[2]	<p>[Тема 6. Гармонійні четвірки точок</p> <p>Означення Паппа подвійних відношень і гармонійні четвірки точок. Коло Аполонія і дотична до кола. Бісектриси внутрішніх і зовнішніх кутів трикутника. Формула двоопуклої лінзи.]</p>	<p>[Учень (учениця)]</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i>: означення та властивості гармонійної четвірки точок; • <i>наводить приклади</i>: опису властивостей геометричних фігур через модель гармонійної четвірки точок.]
1 [2]	<p>Тема 7. Золотий переріз</p> <p>Історичні відомості. Ділення відрізка у крайньому і середньому відношеннях. Теорема про відношення радіуса кола до сторони 10-кутника, вписаного в це коло. Теореми про золотий прямокутник і золотий рівнобедрений трикутник. [Теорема про відношення діагоналі правильного п'ятикутника до довжини його сторони. Побудова правильного п'ятикутника.]</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>: що таке ділення відрізка у крайньому і середньому відношеннях; золотий переріз.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
[3]	[Тема 8. Інверсія і геометрографія] Поняття про геометрографію. Побудови Штейнера. Побудови Мора — Маскероні. Інверсія та її властивості. Доведення теореми Мора — Маскероні. Інверсія у розв'язуванні задачі Аполонія.]	[Учень (учениця) • <i>формулює</i> : властивості перетворення інверсії; теореми Мора — Маскероні; • <i>пояснює</i> : що таке побудова за Штейгером.]
1 [1]	Тема 9. Три знамениті задачі давнини Квадратура круга, подвоєння куба, трисекція кута.	Учень (учениця) • <i>пояснює</i> : що таке три знамениті задачі давнини.
[2]	[Тема 10. Індукція в геометрії] Метод математичної індукції та його використання для доведення логічних тверджень. Приклади розв'язування геометричних задач.]	[Учень (учениця) • <i>пояснює</i> : що таке метод математичної індукції; • <i>наводить приклади</i> : використання цього методу.]
4 [4]	Тема 11. Розв'язування задач, у тому числі й підвищеної складності, за всіма темами курсу планиметрії	Учень (учениця) • <i>застосовує</i> : вивчені опорні факти при розв'язуванні задач.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [3]
1 [1]		Історичні відомості про Декарта і його відкриття. Координати точки, що ділить відрізок у заданому відношенні. Взаємне розміщення прямих і кутівий коефіцієнт прямої; рівняння паралельних і перпендикулярних прямих.	Рубрика «Для допитливих» на с. 10–12, 19–20. § 1 (с. 14). § 3. Завдання 2 (№ 33–39). Завдання 4 (№ 12–17)
2 [2]		Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої у «відрізках». Необхідна й достатня умови розміщення трьох точок на одній прямій.	§ 2. Рубрика «Для допитливих» на с. 38–39. Завдання 3 (№ 17–19, 22, 25)

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [3]
[3]		[Розв'язування задач. Рівняння медіани, бісектриси і висоти трикутника, заданого координатами його вершин.]	Завдання 2 (№ 40–45). Завдання 3 (№ 24–31)
3 [4]		Рівняння кола. Зовнівписане коло трикутника та застосування його властивостей для доведення формули Герона. Взаємне розміщення кола і прямої на координатній площині.	§ 1, § 8 (с. 62–63). Завдання 2 (№ 24–28). Завдання 3 (№ 23). Завдання 4 (№ 19–24). Рубрика «Для допитливих» на с. 64
4 [5]		Застосування алгебри і тригонометрії для розв'язування геометричних задач. Метод координат як засіб розв'язування геометричних задач.	§ 1 (с. 15–18); § 10
[6–7]		[Задачі на визначення геометричного місця точок на координатній площині. Коло Аполонія. Використання геометрії при розв'язуванні алгебраїчних задач.]	Додатки 1, 2
5 [8–9]		[Тригонометрична форма теореми Чеви.] Опорні задачі: про відношення, в якому діагоналі чотирикутника діляться точкою їхнього перетину; про обчислення площі трикутника за довжинами його медіан та висот; [про обчислення відношення, в якому діляться дві чевіани точкою їхнього перетину].	§ 9. Завдання 10

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [3]
6 [10]		Обчислення синуса кута міри 18° і радіусів вписаного й описаного кіл правильного п'ятикутника. Співвідношення між довжинами сторін правильних n -кутника і $2n$ -кутника. Розв'язування задач підвищеної складності.	Другий форзац. § 11 (с. 88–89). Рубрика «Для допитливих» на с. 92, 95
[11]		[Нерівність Птолемея. Многокутники з вершинами у вузлах цілочислової решітки. Формула Піка. Розв'язування задач підвищеної складності.]	Рубрика «Для допитливих» на с. 89, 90. Завдання 12 (№ 31–37)
7–8 [12–13]		Група симетрії фігури. Застосування геометричних перетворень до доведення опорних фактів й розв'язування задач.	§ 16, 17. Завдання 24
[14–15]		[Паралельне перенесення і перетворення симетрії на координатній площині — загальні випадки, розв'язування задач. Полярна система координат і перетворення повороту на координатній площині. Спіраль Архімеда. Перетворення гомотетії на координатній площині. Застосування геометричних перетворень до розв'язування задач підвищеної складності.]	§ 18–20. Завдання 26, 27. Рубрика «Для допитливих» на с. 139, 141. Додаток 5
9 [16]		Умова розміщення трьох точок на одній прямій як критерій колінеарності відповідних векторів. Векторна формула для ділення відрізка навпіл; у заданому відношенні.	Рубрика «Для допитливих» на с. 153, 152, 154, 156. § 27 (с. 174)

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [3]
[17–18]		[Векторна формула для центроїда трикутника. Формула Гамільтона для вектора з початком у центрі описаного навколо трикутника кола і кінцем в ортоцентрі цього трикутника. Формула Ейлера для відстані між серединами діагоналей опуклого чотирикутника.]	Рубрика «Для допитливих» на с. 158, 160–164
10–11 [19–20]		Вектор-нормаль прямої. Знаходження косинуса кута між прямими за допомогою: векторів, напрямлених вздовж цих прямих; векторів-нормалей цих прямих. Формула для обчислення відстані від точки до прямої. Векторний метод розв'язування геометричних задач.	Рубрика «Для допитливих» на с. 166, 168–171. § 27. Завдання 32
[21–22]		[Означення Паппа подвійних відношень і гармонійні четвірки точок. Коло Аполонія і дотична до кола. Бісектриси внутрішніх і зовнішніх кутів трикутника. Формула двоопуклої лінзи.]	Додаток 3
12 [23–24]		Золотий переріз. Історичні відомості. Ділення відрізка у крайньому і середньому відношеннях. Теорема про відношення радіуса кола до сторони 10-кутника, вписаного в це коло. Теореми про золотий прямокутник і золотий рівнобедрений трикутник. [Теорема про відношення діагоналі правильного п'ятикутника до довжини його сторони. Побудова правильного п'ятикутника.]	Додаток 4

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за підручником [3]
[25–27]		[Поняття про геометрографію. Побудови Штейнера. Побудови Мора — Маскероні. Інверсія та її властивості. Доведення теореми Мора — Маскероні. Інверсія у розв'язуванні задачі Аполонія.]	Додатки 6, 7
13 [28]		Три знамениті задачі давнини — квадратура круга, подвоєння куба, трисекція кута.	Додаток 7 (с. 243)
[29–30]		[Метод математичної індукції та його використання для доведення логічних тверджень. Приклади розв'язування геометричних задач.]	Додаток 8
14–17 [31–34]		Розв'язування задач, у тому числі й підвищеної складності за всіма темами курсу планіметрії.	Завдання «Перевір себе» на с. 251. Завдання «Підсумкове повторення» на с. 266

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В. Геометрія. 7 клас.— К.: Генеза, 2004.— 216 с.
2. Апостолова Г. В. Геометрія. 8 клас.— К.: Генеза, 2008.— 272 с.
3. Апостолова Г. В. Геометрія. 9 клас.— К.: Генеза, 2009.— 304 с.